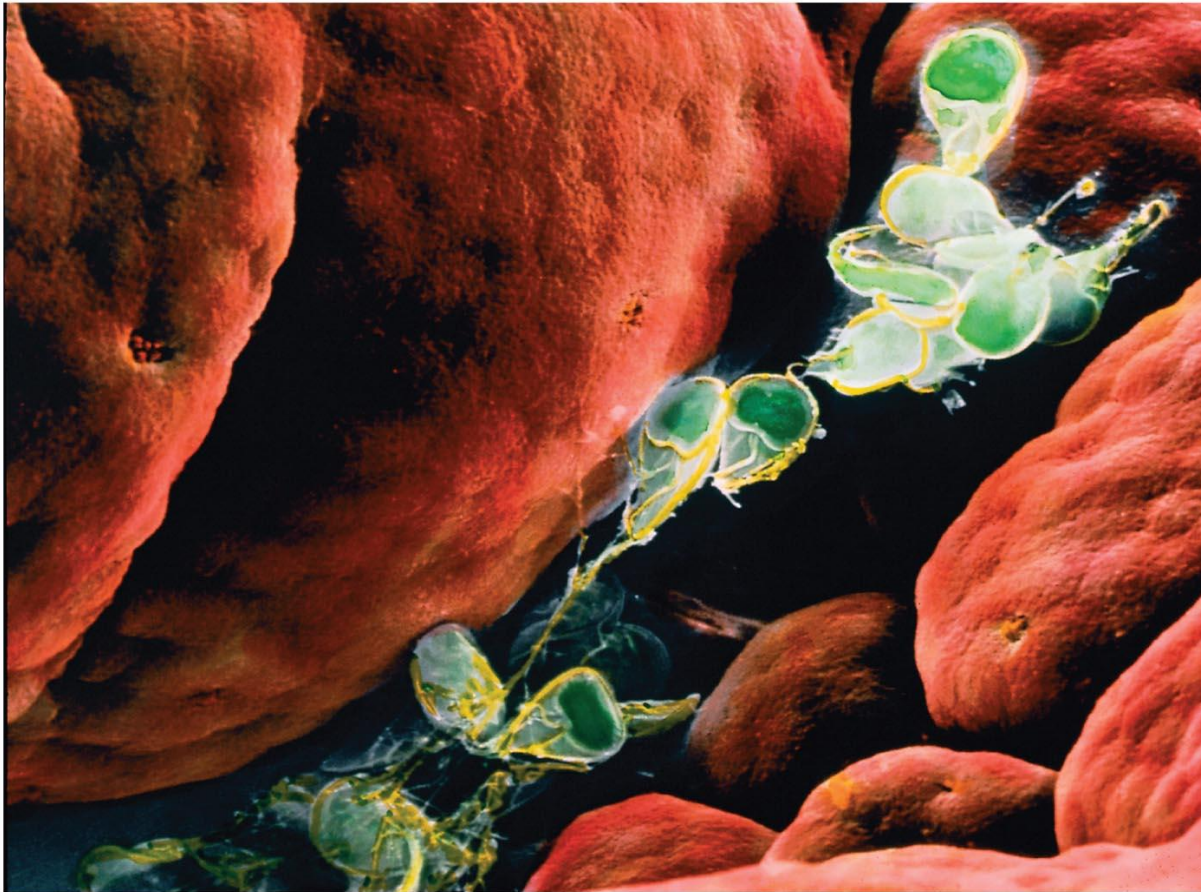


Κεφάλαιο 37

Αρχική Κβαντική Θεωρία και Μοντέλα για το Άτομο



Περιεχόμενα Κεφαλαίου 37

- Η κβαντική υπόθεση του Planck, Ακτινοβολία του μέλανος (μαύρου) σώματος
- Θεωρία των φωτονίων για το φως και το Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο
- Ενέργεια, Μάζα και Ορμή Φωτονίων
- Το φαινόμενο του Compton
- Αλληλεπιδράσεις Φωτονίων. Παραγωγή Ζεύγους «ηλεκτρονίου- ποζιτρονίου»
- Η δυαδικότητα της ύλης Κύμα-Σωματίδιο. Το αξίωμα της συμπληρωματικότητας

Περιεχόμενα Κεφαλαίου 37

- Η κυματική υφή της ύλης
- Ηλεκτρονικά Μικροσκόπια
- Αρχικά μοντέλα για το Άτομο
- Ατομικά Φάσματα: Το κλειδί προσδιορισμού της ατομικής δομής
- Το μοντέλο του Bohr
- Το αξίωμα του de Broglie και η εφαρμογή του στα άτομα

37-1 Η κβαντική υπόθεση του Planck, Ακτινοβολία του μέλανος (μαύρου) σώματος

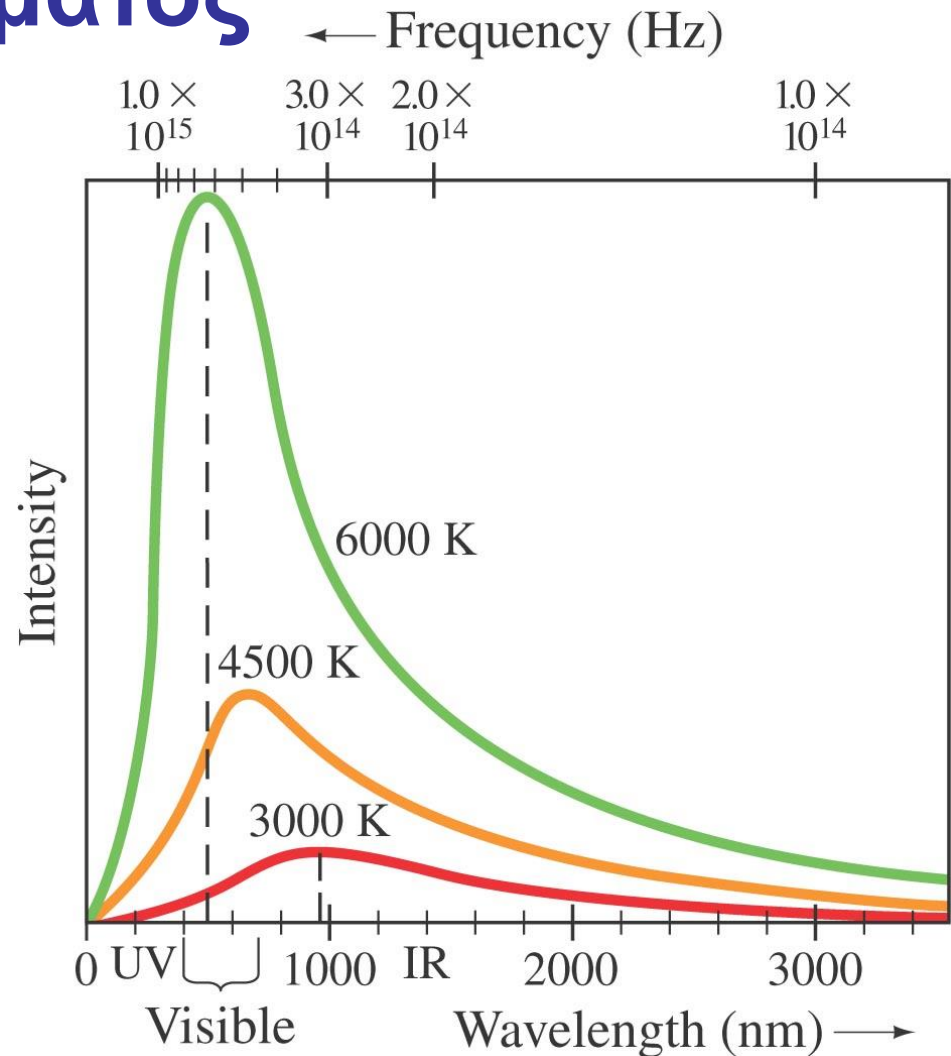
Όλα τα αντικείμενα εκπέμπουν ακτινοβολία η ένταση της οποίας είναι ανάλογη της T^4 όπου T είναι η θερμοκρασία τους. **Η ακτινοβολία αυτή αποκαλείται θερμική και (μέλαν) μαύρο σώμα είναι εκείνο που εκπέμπει ΜΟΝΟ θερμική ακτινοβολία.**

Το φάσμα της ακτινοβολίας του μαύρου σώματος έχει μετρηθεί. Βρίσκουμε ότι η συχνότητα της μέγιστης έντασης του φάσματος, αυξάνει γραμμικά με την θερμοκρασία.

37-1 Η κβαντική υπόθεση του Planck, Ακτινοβολία του μέλανος (μαύρου) σώματος

Στο σχήμα βλέπουμε
κατανομές τις
ακτινοβολίας μαύρου
σώματος για τρεις
διαφορετικές
θερμοκρασίες. Προσέξτε
ότι η συχνότητα αυξάνει
προς τα αριστερά. Η
σχέση μεταξύ του μήκους
κύματος της κορυφής της
κατανομής και της
θερμοκρασίας δίδεται
από το **νόμο του Wien:**

$$\lambda_P T = 2.90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}.$$



37-1 Η κβαντική υπόθεση του Planck, Ακτινοβολία του μέλανος (μαύρου) σώματος

EXAMPLE 37-1 **The Sun's surface temperature.** Estimate the temperature of the surface of our Sun, given that the Sun emits light whose peak intensity occurs in the visible spectrum at around 500 nm.

APPROACH We assume the Sun acts as a blackbody, and use $\lambda_P = 500 \text{ nm}$ in Wien's law (Eq. 37-1).

SOLUTION Wien's law gives

$$T = \frac{2.90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{\lambda_P} = \frac{2.90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{500 \times 10^{-9} \text{ m}} \approx 6000 \text{ K}.$$

37-1 Η κβαντική υπόθεση του Planck, Ακτινοβολία του μέλανος (μαύρου) σώματος

EXAMPLE 37-2 **Star color.** Suppose a star has a surface temperature of 32,500 K. What color would this star appear?

APPROACH We assume the star emits radiation as a blackbody, and solve for λ_P in Wien's law, Eq. 37-1.

SOLUTION From Wien's law we have

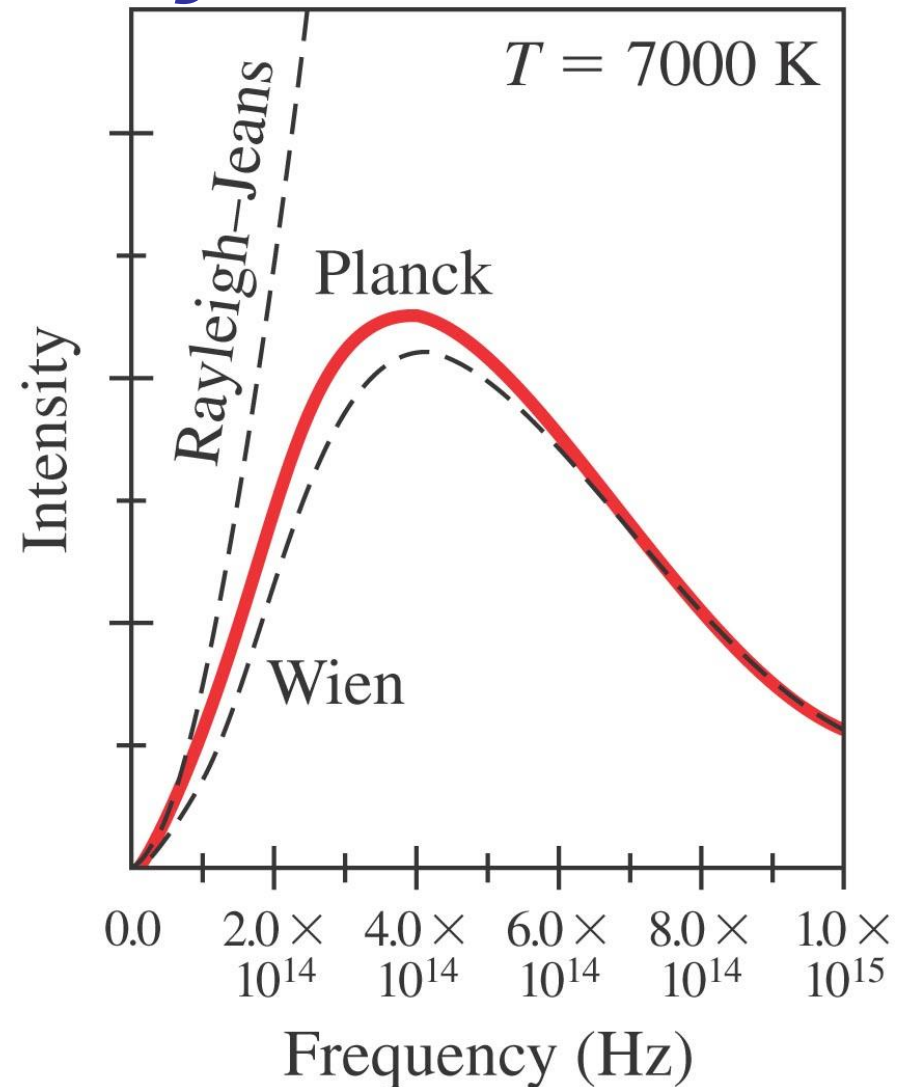
$$\lambda_P = \frac{2.90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{T} = \frac{2.90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{3.25 \times 10^4 \text{ K}} = 89.2 \text{ nm.}$$

The peak is in the UV range of the spectrum, and will be way to the left in Fig. 37-1. In the visible region, the curve will be descending, so the shortest visible wavelengths will be strongest. Hence the star will appear bluish (or blue-white).

NOTE This example helps us to understand why stars have different colors (reddish for the coolest stars, orangish, yellow, white, bluish for “hotter” stars.)

37-1 Η κβαντική υπόθεση του Planck, Ακτινοβολία του μέλανος (μαύρου) σώματος

Το φάσμα του μαύρου σώματος δεν μπορούσε να ερμηνευτεί να (αναπαραχθεί) με την φυσική του 19^{ου} αιώνα (κλασική μηχανική), όπως φαίνεται και στο σχήμα.



37-1 Η κβαντική υπόθεση του Planck, Ακτινοβολία του μέλανος (μαύρου) σώματος

https://en.wikipedia.org/wiki/Max_Planck

Μια λύση προτάθηκε από τον Max Planck το 1900. Πρότεινε ότι οι ενέργειες των ταλαντώσεων μέσα σε ένα μόριο δεν μπορεί να έχουν οποιοσδήποτε τιμές, αλλά είναι ακέραια πολλαπλάσια της συχνότητας της ταλάντωσης:

$$E = nhf, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Η σταθερά αναλογίας h τώρα ονομάζεται σταθερά του Planck.

37-1 Η κβαντική υπόθεση του Planck, Ακτινοβολία του μέλανος (μαύρου) σώματος

https://en.wikipedia.org/wiki/Black-body_radiation

Ο Planck προσδιόρισε τη σταθερά κάνοντας προσαρμογή της συνάρτησης

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

στα πειραματικά φάσματα, και βρήκε:

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}.$$

Η πρόταση του Planck ότι η ενέργεια είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του hf , δηλ. η τιμές είναι **διακριτές** ονομάζεται **κβάντωση** της ενέργειας.

37-2 Η Θεωρία των Φωτονίων για το Φως και το Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

<https://en.wikipedia.org/wiki/Photon>

Με δεδομένη την επιτυχία της θεωρίας του Planck, ο Einstein πρότεινε ότι και το φως θα εκπέμπεται σε μικρά «πακέτα ενέργειας» δηλ. επίσης κβαντισμένα:

$$E = hf.$$

Αυτά τα μικρά «πακέτα ενέργειας του φωτός» τα ονομάζουμε **Φωτόνια**.

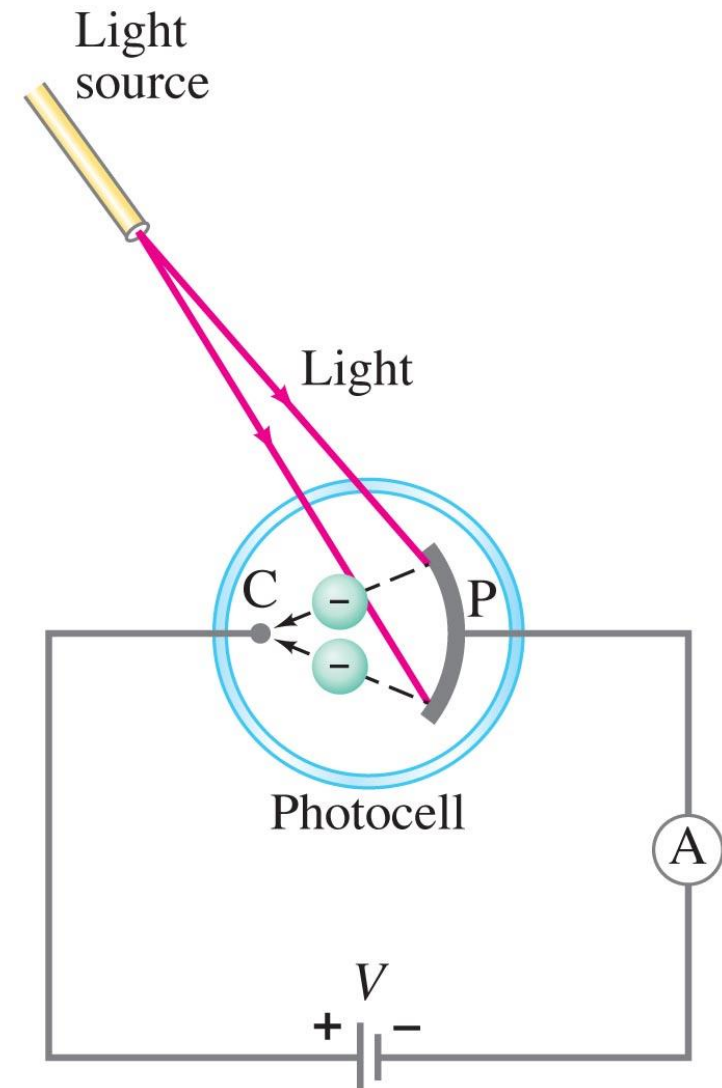
37-2 Η Θεωρία των Φωτονίων για το Φως και το Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

Το Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο:

όταν το φως προσπίπτει στην επιφάνεια ενός μετάλλου, τότε εκπέμπονται ηλεκτρόνια.

Το φαινόμενο δεν παρατηρείται όταν η συχνότητα ελαττωθεί κάτω από κάποια τιμή.

Η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων αυξάνεται με την αύξηση της συχνότητας των φωτονίων.



37-2 Η Θεωρία των Φωτονίων για το Φως και το Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

Εάν το φως είναι κύμα η θεωρία προβλέπει:

1. Ο αριθμός των ηλεκτρονίων και η ενέργειά τους θα αυξάνεται με την αύξηση της έντασης.
2. Η συχνότητα δεν έχει σημασία.

37-2 Η Θεωρία των Φωτονίων για το Φως και το Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

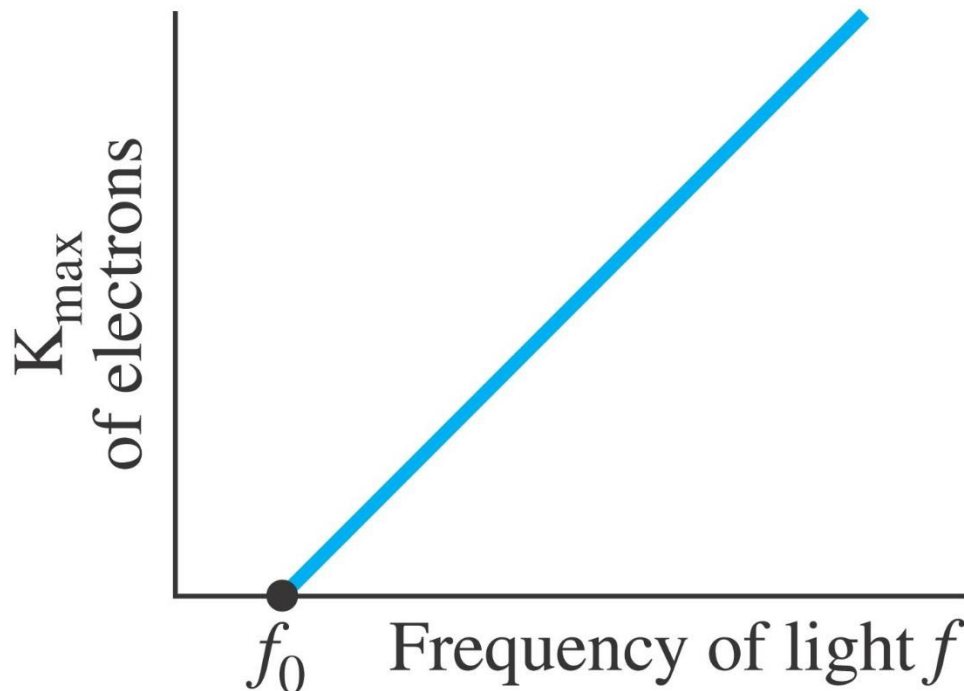
Εάν το φως είναι σωματίδια (φωτόνια) η θεωρία προβλέπει:

- Με την αύξηση της έντασης αυξάνεται ο αριθμός των ηλεκτρονίων αλλά όχι η ενέργειά τους.
- Πάνω από μία ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για να σπάσει κάποιος ατομικός δεσμός, η κινητική ενέργεια θα αυξάνεται γραμμικά με την συχνότητα.
- Υπάρχει ένα κατώφλι συχνότητας κάτω από το οποίο δεν έχουμε εκπομπή ηλεκτρονίων, ανεξάρτητα από την ένταση.

37-2 Η Θεωρία των Φωτονίων για το Φως και το Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

Η θεωρία των φωτονίων υποθέτει κάθε ηλεκτρόνιο απορροφά ένα φωτόνιο.

Γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας με τη συχνότητα :



Δείχνει ξεκάθαρα ότι έχουμε συμφωνία με την θεωρία των φωτονίων και όχι των κυμάτων.

37-2 Η Θεωρία των Φωτονίων για το Φως και το Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

EXAMPLE 37-3 **Photon energy.** Calculate the energy of a photon of blue light, $\lambda = 450 \text{ nm}$ in air (or vacuum).

APPROACH The photon has energy $E = hf$ (Eq. 37-3) where $f = c/\lambda$.

SOLUTION Since $f = c/\lambda$, we have

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})}{(4.5 \times 10^{-7} \text{ m})} = 4.4 \times 10^{-19} \text{ J},$$

or $(4.4 \times 10^{-19} \text{ J}) / (1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}) = 2.8 \text{ eV}$. (See definition of eV in Section 23-8, $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$.)

37-2 Η Θεωρία των Φωτονίων για το Φως και το Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

EXAMPLE 37-4 ESTIMATE Photons from a lightbulb. Estimate how many visible light photons a 100-W lightbulb emits per second. Assume the bulb has a typical efficiency of about 3% (that is, 97% of the energy goes to heat).

APPROACH Let's assume an average wavelength in the middle of the visible spectrum, $\lambda \approx 500$ nm. The energy of each photon is $E = hf = hc/\lambda$. Only 3% of the 100-W power is emitted as light, or $3 \text{ W} = 3 \text{ J/s}$. The number of photons emitted per second equals the light output of 3 J/s divided by the energy of each photon.

SOLUTION The energy emitted in one second ($=3 \text{ J}$) is $E = Nhf$ where N is the number of photons emitted per second and $f = c/\lambda$. Hence

$$N = \frac{E}{hf} = \frac{E\lambda}{hc} = \frac{(3 \text{ J})(500 \times 10^{-9} \text{ m})}{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})} \approx 8 \times 10^{18}$$

per second, or almost 10^{19} photons emitted per second, an enormous number.

EXAMPLE 37-5 Photoelectron speed and energy. What is the kinetic energy and the speed of an electron ejected from a sodium surface whose work function is $W_0 = 2.28 \text{ eV}$ when illuminated by light of wavelength (a) 410 nm, (b) 550 nm?

APPROACH We first find the energy of the photons ($E = hf = hc/\lambda$). If the energy is greater than W_0 , then electrons will be ejected with varying amounts of kinetic energy, with a maximum of $K_{\text{max}} = hf - W_0$.

SOLUTION (a) For $\lambda = 410 \text{ nm}$,

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = 4.85 \times 10^{-19} \text{ J} \quad \text{or} \quad 3.03 \text{ eV.}$$

The maximum kinetic energy an electron can have is given by Eq. 37-4b, $K_{\text{max}} = 3.03 \text{ eV} - 2.28 \text{ eV} = 0.75 \text{ eV}$, or $(0.75 \text{ eV})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}) = 1.2 \times 10^{-19} \text{ J}$. Since $K = \frac{1}{2}mv^2$ where $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$,

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 5.1 \times 10^5 \text{ m/s.}$$

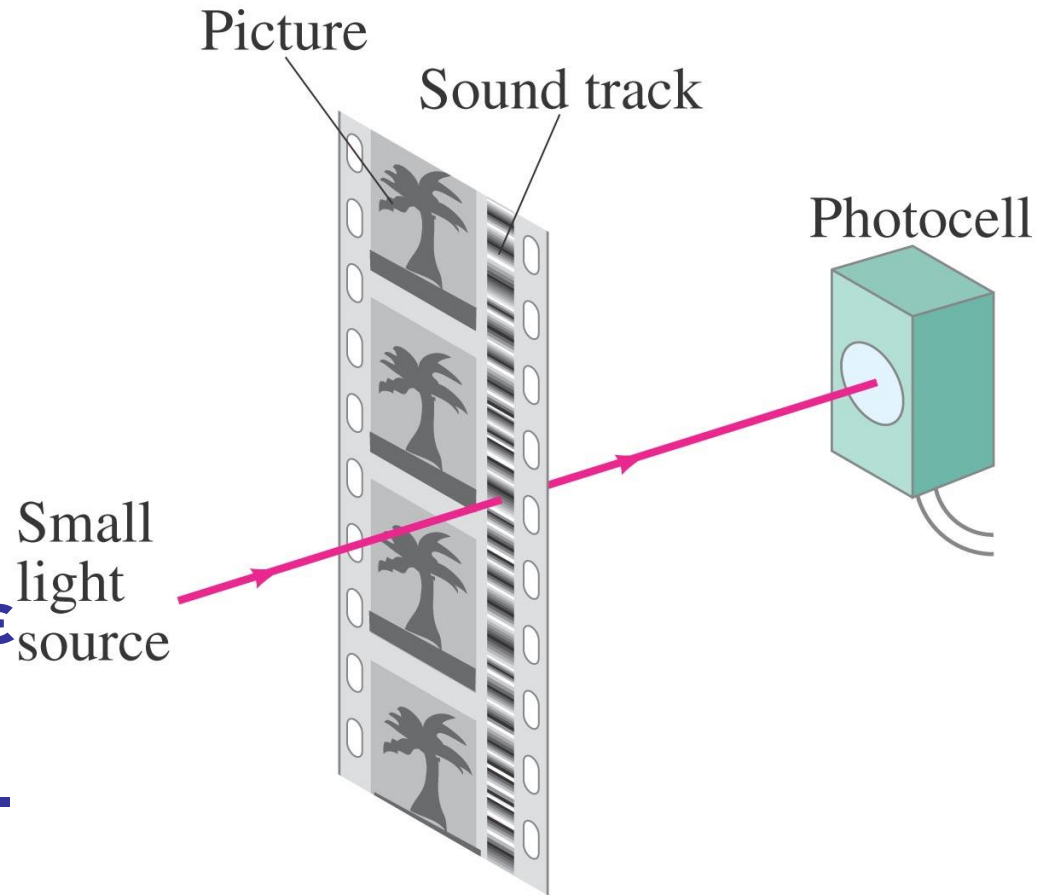
Most ejected electrons will have less kinetic energy and less speed than these maximum values.

(b) For $\lambda = 550 \text{ nm}$, $hf = hc/\lambda = 3.61 \times 10^{-19} \text{ J} = 2.26 \text{ eV}$. Since this photon energy is less than the work function, no electrons are ejected.

NOTE In (a) we used the nonrelativistic equation for kinetic energy. If v had turned out to be more than about $0.1c$, our calculation would have been inaccurate by at least a percent or so, and we would probably prefer to redo it using the relativistic form (Eq. 36-10).

37-2 Η Θεωρία των Φωτονίων για το Φως και το Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

Ορισμένες εφαρμογές του φωτοηλεκτρικού φαινομένου είναι τα «ηλεκτρονικά μάτια» όπως επίσης και η εγγραφή του ήχου σε παλιές μη ψηφιακές ταινίες δηλ. «ταινίες - φιλμ».



37-3 Η ενέργεια, η μάζα και η ορμή του Φωτονίου

<https://en.wikipedia.org/wiki/Photon>

Το φωτόνιο πρέπει να κινείται με την ταχύτητα του φωτός, πράγμα που μπορεί να συμβεί μόνο εάν η μάζα είναι **ΜΗΔΕΝ** (θεωρία σχετικότητας).

Γνωρίζουμε όμως ήδη ότι η ενέργεια ισούται με hf . Από την **θεωρία της σχετικότητας** βρίσκουμε ότι:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

37-3 Η ενέργεια, η μάζα και η ορμή του φωτονίου

EXAMPLE 37-6 ESTIMATE Photon momentum and force. Suppose the 10^{19} photons emitted per second from the 100-W lightbulb in Example 37-4 were all focused onto a piece of black paper and absorbed. (a) Calculate the momentum of one photon and (b) estimate the force all these photons could exert on the paper.

APPROACH Each photon's momentum is obtained from Eq. 37-5, $p = h/\lambda$. Next, each absorbed photon's momentum changes from $p = h/\lambda$ to zero. We use Newton's second law, $F = \Delta p/\Delta t$, to get the force. Let $\lambda = 500$ nm.

SOLUTION (a) Each photon has a momentum

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{500 \times 10^{-9} \text{ m}} = 1.3 \times 10^{-27} \text{ kg}\cdot\text{m/s}.$$

(b) Using Newton's second law for $N = 10^{19}$ photons (Example 37-4) whose momentum changes from h/λ to 0, we obtain

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{Nh/\lambda - 0}{1 \text{ s}} = N \frac{h}{\lambda} \approx (10^{19} \text{ s}^{-1})(10^{-27} \text{ kg}\cdot\text{m/s}) \approx 10^{-8} \text{ N}.$$

This is a tiny force, but we can see that a very strong light source could exert a measurable force, and near the Sun or a star the force due to photons in electromagnetic radiation could be considerable. See Section 31-9.

37-3 Η ενέργεια, η μάζα και η ορμή του φωτονίου

EXAMPLE 37-7 **Photosynthesis.** In *photosynthesis*, pigments such as chlorophyll in plants capture the energy of sunlight to change CO_2 to useful carbohydrate. About nine photons are needed to transform one molecule of CO_2 to carbohydrate and O_2 . Assuming light of wavelength $\lambda = 670 \text{ nm}$ (chlorophyll absorbs most strongly in the range 650 nm to 700 nm), how efficient is the photosynthetic process? The reverse chemical reaction releases an energy of 4.9 eV/molecule of CO_2 .

APPROACH The efficiency is the minimum energy required (4.9 eV) divided by the actual energy absorbed, nine times the energy (hf) of one photon.

SOLUTION The energy of nine photons, each of energy $hf = hc/\lambda$ is $(9)(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})/(6.7 \times 10^{-7} \text{ m}) = 2.7 \times 10^{-18} \text{ J}$ or 17 eV. Thus the process is $(4.9 \text{ eV}/17 \text{ eV}) = 29\%$ efficient.

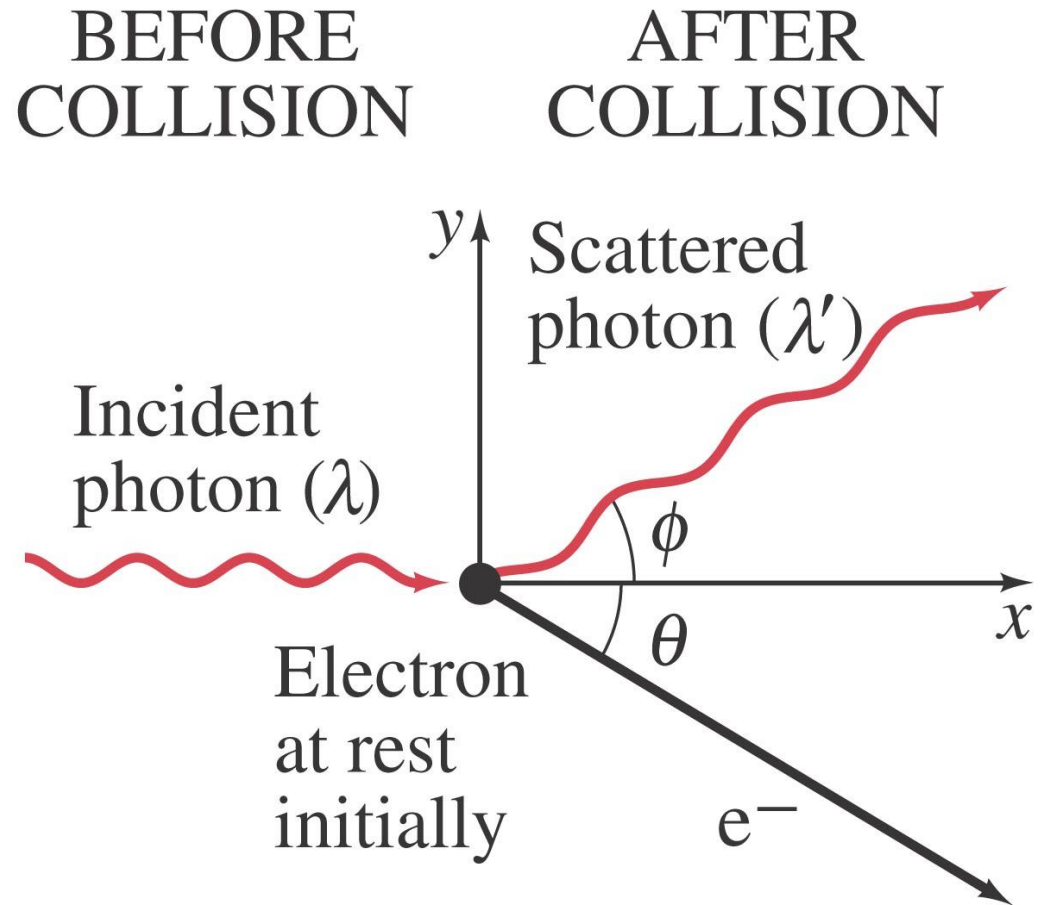
37-4 Το φαινόμενο του Compton

Ο Compton εκτέλεσε πειράματα σκέδασης ακτινών Χ από διάφορα υλικά. Παρατήρησε ότι η σκεδαζόμενη ακτινοβολία είχε μήκος κύματος λίγο μεγαλύτερο από την προσπίπτουσα, και είχε εξάρτηση από τη γωνία σκέδασης:

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \phi).$$

37-4 Το φαινόμενο του Compton

Το φαινόμενο είναι ένα ακόμα παράδειγμα που ερμηνεύεται από την θεωρία φωτονίων και όχι κυμάτων.



37-4 Το φαινόμενο του Compton

EXAMPLE 37–8 X-ray scattering. X-rays of wavelength 0.140 nm are scattered from a very thin slice of carbon. What will be the wavelengths of X-rays scattered at (a) 0° , (b) 90° , (c) 180° ?

APPROACH This is an example of the Compton effect, and we use Eq. 37–6a to find the wavelengths.

SOLUTION (a) For $\phi = 0^\circ$, $\cos \phi = 1$ and $1 - \cos \phi = 0$. Then Eq. 37–6 gives $\lambda' = \lambda = 0.140$ nm. This makes sense since for $\phi = 0^\circ$, there really isn't any collision as the photon goes straight through without interacting.

(b) For $\phi = 90^\circ$, $\cos \phi = 0$, and $1 - \cos \phi = 1$. So

$$\begin{aligned}\lambda' &= \lambda + \frac{h}{m_e c} = 0.140 \text{ nm} + \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 0.140 \text{ nm} + 2.4 \times 10^{-12} \text{ m} = 0.142 \text{ nm};\end{aligned}$$

that is, the wavelength is longer by one Compton wavelength ($= 0.0024$ nm for an electron).

(c) For $\phi = 180^\circ$, which means the photon is scattered backward, returning in the direction from which it came (a direct “head-on” collision), $\cos \phi = -1$, and $1 - \cos \phi = 2$. So

$$\lambda' = \lambda + 2 \frac{h}{m_e c} = 0.140 \text{ nm} + 2(0.0024 \text{ nm}) = 0.145 \text{ nm}.$$

NOTE The maximum shift in wavelength occurs for backward scattering, and it is twice the Compton wavelength.

37-5 Αλληλεπιδράσεις Φωτονίων Παραγωγή Ζεύγους «ηλεκτρονίου- ποζιτρονίου»

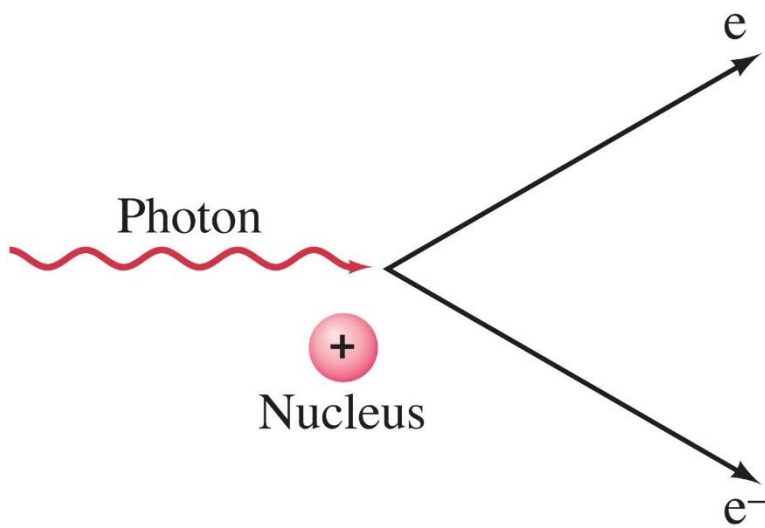
Τα φωτόνια κατά την διέλευσή του μέσα από υλικά υπόκεινται στις εξής αλληλεπιδράσεις:

1. Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο: Το φωτόνιο απορροφάται πλήρως και εκπέμπεται ένα ηλεκτρόνιο.
2. Πλήρης απορρόφηση του φωτονίου από το ηλεκτρόνιο αλλά ανεπαρκής ενέργεια για την αποβολή του από το υλικό. Το ηλεκτρόνιο «διεγείρεται ηλεκτρονικά».
3. Το φωτόνιο σκεδάζεται από ένα άτομο και χάνει ενέργεια.
4. Το φωτόνιο παράγει ένα ζεύγος «ηλεκτρονίου - ποζιτρονίου»

37-5 Αλληλεπιδράσεις Φωτονίων Παραγωγή Ζεύγους «ηλεκτρονίου- ποζιτρονίου»

https://en.wikipedia.org/wiki/Conservation_law

Κατά την παραγωγή ζεύγους «ηλεκτρονίου- ποζιτρονίου», η **ενέργεια, το ηλεκτρικό φορτίο, και η ορμή διατηρούνται.**



Η ενέργεια διατηρείται μέσα από τις μάζες και κινητικές ενέργειες του ηλεκτρονίου και ποζιτρονίου. Τα αντίθετα φορτία του εξασφαλίζουν την διατήρηση του φορτίου. Η διατήρηση της ορμής επιτυγχάνεται με την μεταβολή της ορμής του πυρήνα.

37-5 Αλληλεπιδράσεις Φωτονίων

Παραγωγή Ζεύγους

EXAMPLE 37-9 **Pair production.** (a) What is the minimum energy of a photon that can produce an electron–positron pair? (b) What is this photon’s wavelength?

APPROACH The minimum photon energy E equals the rest energy (mc^2) of the two particles created, via Einstein’s famous equation $E = m_0c^2$ (Eq. 36–12). There is no energy left over, so the particles produced will have zero kinetic energy. The wavelength is $\lambda = c/f$ where $E = hf$ for the original photon.

SOLUTION (a) Because $E = mc^2$, and the mass created is equal to two electron masses, the photon must have energy

$$E = 2(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 1.64 \times 10^{-13} \text{ J} = 1.02 \text{ MeV}$$

(1 MeV = 10^6 eV = 1.60×10^{-13} J). A photon with less energy cannot undergo pair production.

(b) Since $E = hf = hc/\lambda$, the wavelength of a 1.02-MeV photon is

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})}{(1.64 \times 10^{-13} \text{ J})} = 1.2 \times 10^{-12} \text{ m},$$

which is 0.0012 nm. Such photons are in the gamma-ray (or very short X-ray) region of the electromagnetic spectrum (Fig. 31–12).

NOTE Photons of higher energy (shorter wavelength) can also create an electron–positron pair, with the excess energy becoming kinetic energy of the particles.

37-6 Η δυαδικότητα κύματος-σωματιδίου. Το Αξίωμα της συμπληρωματικότητας

Υπάρχουν φαινόμενα όπως η περίθλαση και η συμβολή που δείχνουν ότι το φως είναι κύμα, και αντίστοιχα το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο και το φαινόμενο του Compton που δείχνουν ότι είναι σωματίδιο.

Τι είναι λοιπόν;

Η απάντηση στην ερώτηση είναι «και τα δύο».
Το φως, **όπως και η φύση γενικότερα είναι δυαδική**, δηλ. ταυτόχρονα κύμα και σωματίδιο.

37-6 Η δυαδικότητα κύματος-σωματιδίου. Το Αξίωμα της συμπληρωματικότητας

Το **αξίωμα της συμπληρωματικότητας** δηλώνει ότι τόσο η κυματική μορφή όσο και η σωματιδιακή είναι θεμελιώδεις για την περιγραφή της φύσης του φωτός.

Τόσο τα κύματα όσο και τα σωματίδια είναι οι δικές μας «αντιλήψεις» και «ερμηνείες» της συμπεριφοράς του φωτός.

37-7 Η κυματική φύση της ύλης

Όπως και με το φως, και η ύλη συμπεριφέρεται τόσο σαν σωματίδιο όσο και σαν κύμα.

Το μήκος κύματος που περιγράφει την ύλη είναι:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Παρατηρούμε ότι αυτό το μήκος κύματος για τις συνηθισμένες τιμές της μάζας/ορμής είναι πολύ μικρό.

37-7 Η κυματική φύση της ύλης

EXAMPLE 37-10 **Wavelength of a ball.** Calculate the de Broglie wavelength of a 0.20-kg ball moving with a speed of 15 m/s.

APPROACH We use Eq. 37-7.

SOLUTION
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})}{(0.20 \text{ kg})(15 \text{ m/s})} = 2.2 \times 10^{-34} \text{ m}.$$

37-7 Η κυματική φύση της ύλης

EXAMPLE 37–11 **Wavelength of an electron.** Determine the wavelength of an electron that has been accelerated through a potential difference of 100 V.

APPROACH If the kinetic energy is much less than the rest energy, we can use the classical formula, $K = \frac{1}{2}mv^2$ (see Section 36–11). For an electron, $mc^2 = 0.511 \text{ MeV}$. We then apply conservation of energy: the kinetic energy acquired by the electron equals its loss in potential energy. After solving for v , we use Eq. 37–7 to find the de Broglie wavelength.

SOLUTION Gain in kinetic energy equals loss in potential energy: $\Delta U = eV - 0$. Thus $K = eV$, so $K = 100 \text{ eV}$. The ratio $K/mc^2 = 100 \text{ eV}/(0.511 \times 10^6 \text{ eV}) \approx 10^{-4}$, so relativity is not needed. Thus

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV$$

and

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} = \sqrt{\frac{(2)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(100 \text{ V})}{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})}} = 5.9 \times 10^6 \text{ m/s}.$$

Then

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})}{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(5.9 \times 10^6 \text{ m/s})} = 1.2 \times 10^{-10} \text{ m},$$

or 0.12 nm.

37-7 Η κυματική φύση της ύλης

Παρατηρούμε ότι για μικρά σωματίδια όπως τα ηλεκτρόνια, η κυματική φύση τους είναι σημαντική.

Τα μήκη κύματος των ηλεκτρονίων εύκολα λαμβάνουν τιμές της τάξεως των 10^{-10} m, και συνεπώς, δύναται να υποστούν περίθλαση από κρυσταλλικές δομές, όπως συμβαίνει και με τις ακτίνες Χ.

37-7 Κυματική φύση της ύλης

EXAMPLE 37-12 Electron diffraction. The wave nature of electrons is manifested in experiments where an electron beam interacts with the atoms on the surface of a solid. By studying the angular distribution of the diffracted electrons, one can indirectly measure the geometrical arrangement of atoms. Assume that the electrons strike perpendicular to the surface of a solid (see Fig. 37-12), and that their energy is low, $K = 100 \text{ eV}$, so that they interact only with the surface layer of atoms. If the smallest angle at which a diffraction maximum occurs is at 24° , what is the separation d between the atoms on the surface?

SOLUTION Treating the electrons as waves, we need to determine the condition where the difference in path traveled by the wave diffracted from adjacent atoms is an integer multiple of the de Broglie wavelength, so that constructive interference occurs. The path length difference is $d \sin \theta$; so for the smallest value of θ we must have

$$d \sin \theta = \lambda.$$

However, λ is related to the (non-relativistic) kinetic energy K by

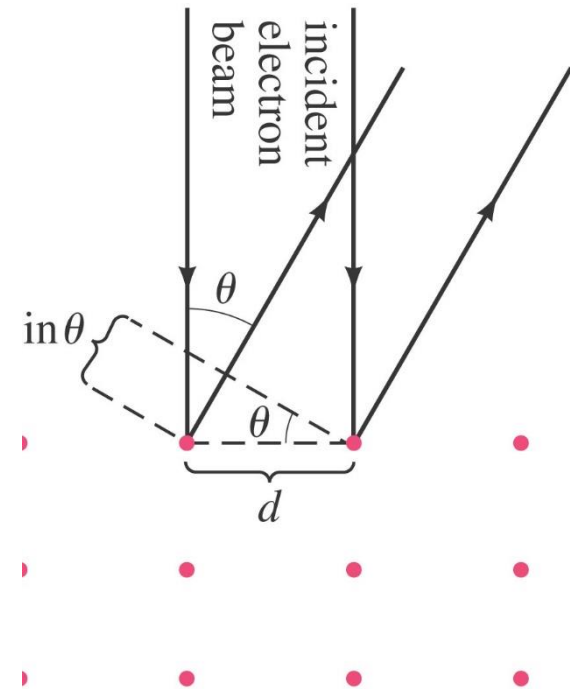
$$K = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{h^2}{2m_e \lambda^2}.$$

Thus

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e K}} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})}{\sqrt{2(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(100 \text{ eV})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}} = 0.123 \text{ nm}.$$

The surface inter-atomic spacing is

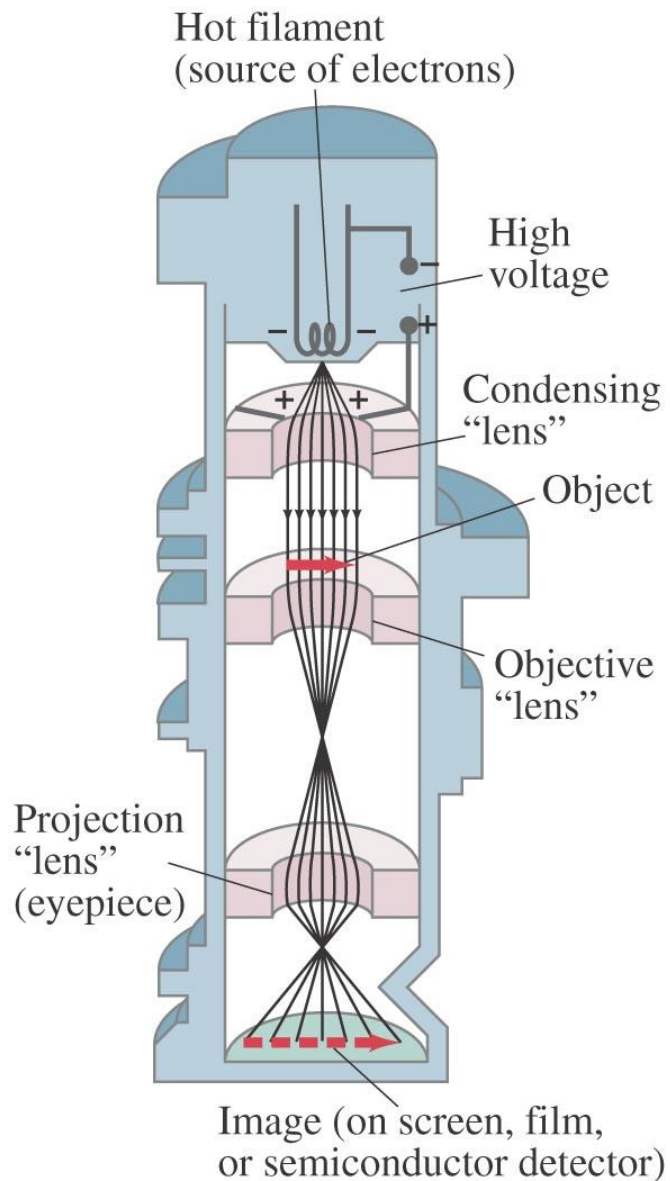
$$d = \frac{\lambda}{\sin \theta} = \frac{0.123 \text{ nm}}{\sin 24^\circ} = 0.30 \text{ nm}.$$



37-8 Ηλεκτρονικά Μικροσκόπια

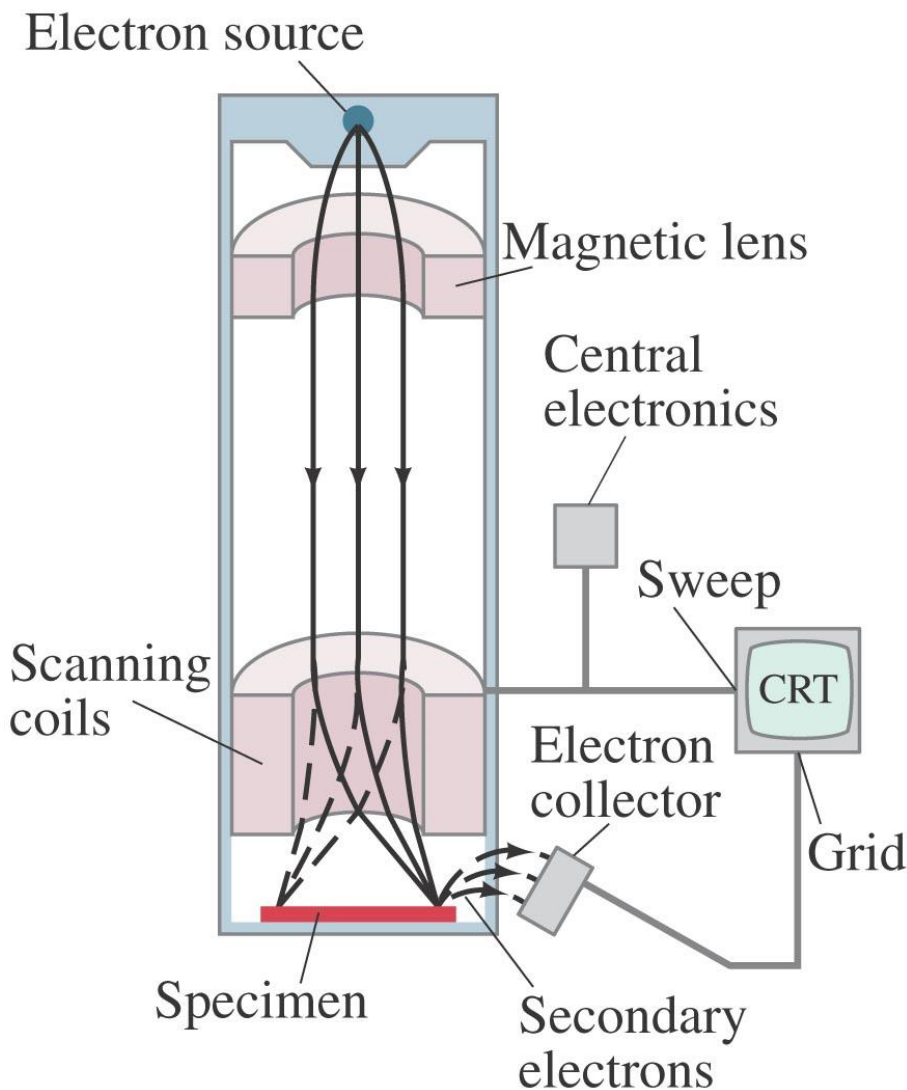
Το μήκος κύματος του ηλεκτρονίου αλλάζει με την ενέργειά του, αλλά παραμένει πολύ μικρό. Τα ηλεκτρόνια μπορεί να χρησιμοποιηθούν για την απεικόνιση της δομής της ύλης (μικροσκοπία). **Υπενθυμίζουμε ότι η διακριτική ικανότητα είναι της τάξεως του μήκους κύματος.** Στα ηλεκτρονικά μικροσκόπια το μήκος κύματος των ηλεκτρονίων είναι περίπου 0.004 nm.

37-8 Ηλεκτρονικά Μικροσκόπια



Ηλεκτρονικό μικροσκόπιο διέλευσης. Η δέσμη των ηλεκτρονίων εστιάζεται με μαγνητικά πηνία.

37-8 Ηλεκτρονικά Μικροσκόπια



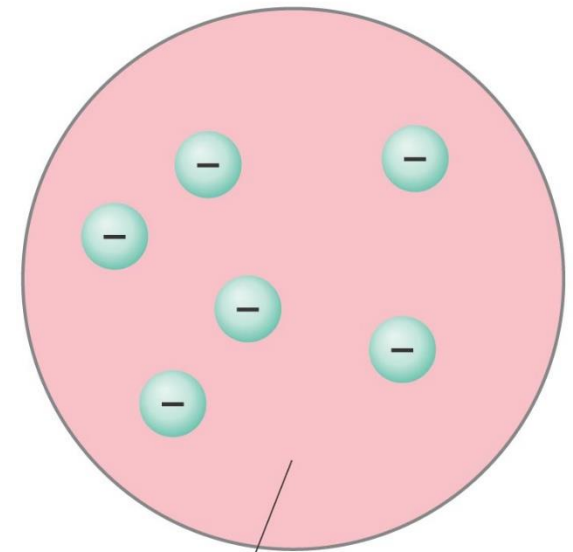
Στο ηλεκτρονικό
μικροσκόπιο
σάρωσης – η δέσμη
των ηλεκτρονίων
«σαρώνει» την
επιφάνεια του
αντικειμένου που
θέλουμε να
απεικονίσουμε.

37-9 Αρχικά Μοντέλα του Ατόμου

Ήταν γνωστό ότι τα άτομα ήταν ηλεκτρικώς ουδέτερα, αλλά ότι δύναται να ιοντιστούν (φορτιστούν) και επομένως περιείχαν θετικά και αρνητικά φορτία κάποια εκ των οποίων μπορούσαν να αφαιρεθούν.

← $\approx 10^{-10}$ m →

Ένα δημοφιλές αρχικό μοντέλο ήταν του “plum-pudding”



Positively
charged
material

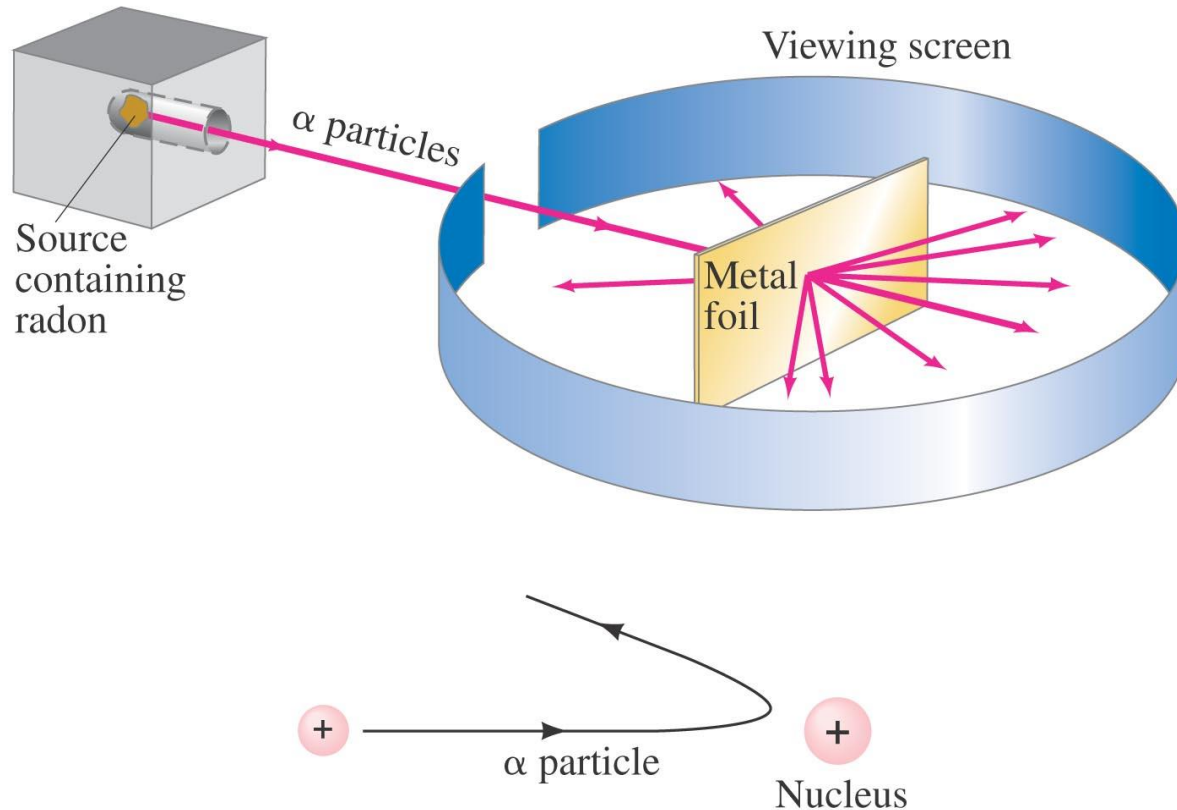
37-9 Αρχικά Μοντέλα του Ατόμου

Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, το άτομο αποτελείται ως επί το πλείστον από θετικά φορτία (κρέμα) και εμφυτευμένα διάσπαρτα ήταν τα αρνητικά ηλεκτρόνια.

Τα πειράματα του Rutherford έδειξαν ότι ο θετικός «πυρήνας» είχε πολύ μικρότερο μέγεθος από το υπόλοιπο άτομο. Σκεδάζοντας πυρήνες Ηλίου (He) (σωματίδια «άλφα») από ένα μεταλλικό έλασμα, παρατήρησε ότι οι γωνίες σκέδασης ήταν πολύ μεγαλύτερες από τις προβλέψεις του μοντέλου “plum-pudding”.

37-9 Αρχικά Μοντέλα του Ατόμου

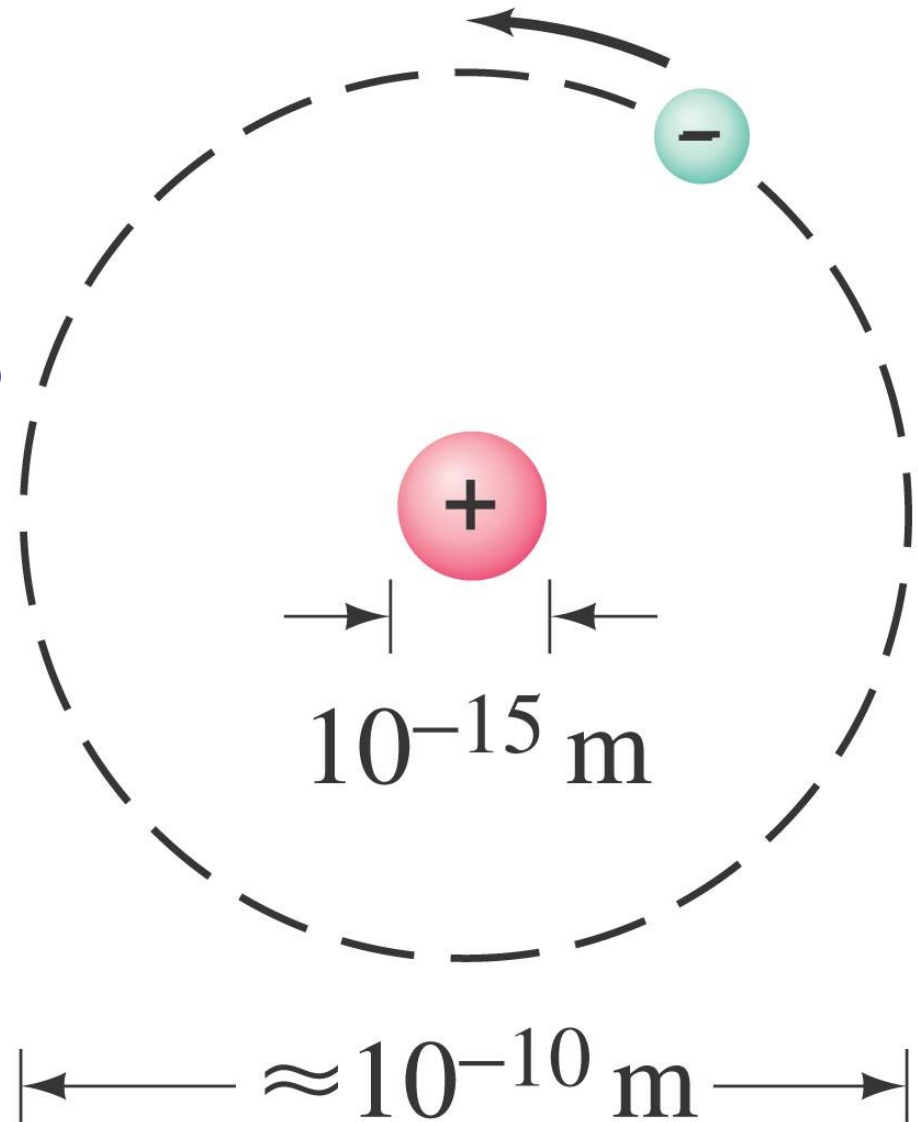
Η μόνη εξήγηση για τις μεγάλες γωνίες σκέδασης που παρατηρούσε, ήταν να υποθέσει ότι όλο το θετικό φορτίο είναι συγκεντρωμένο σε ένα πολύ μικρό χώρο.



Σήμερα γνωρίζουμε ότι η ακτίνα του πυρήνα είναι 10.000 μικρότερη από αυτή του ατόμου.

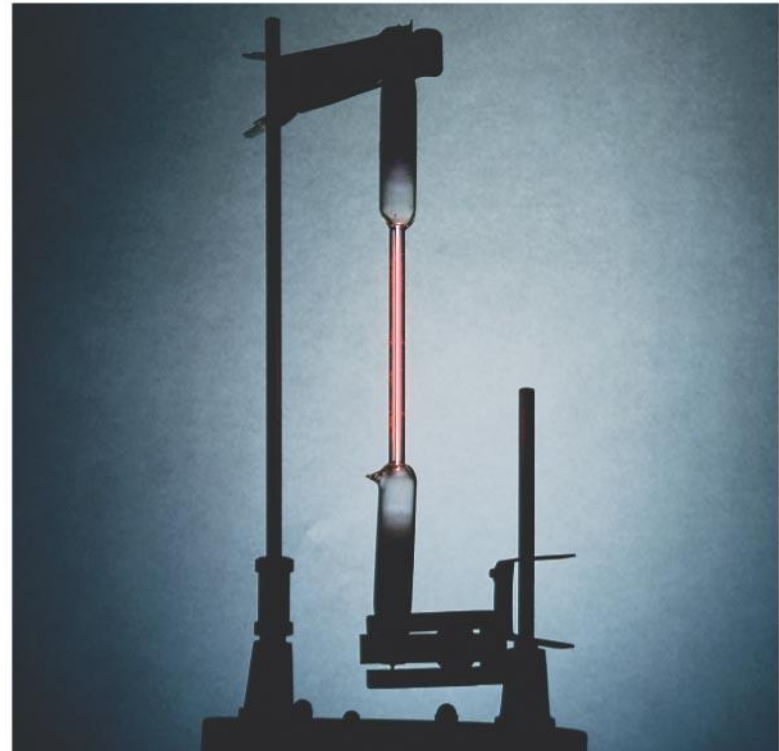
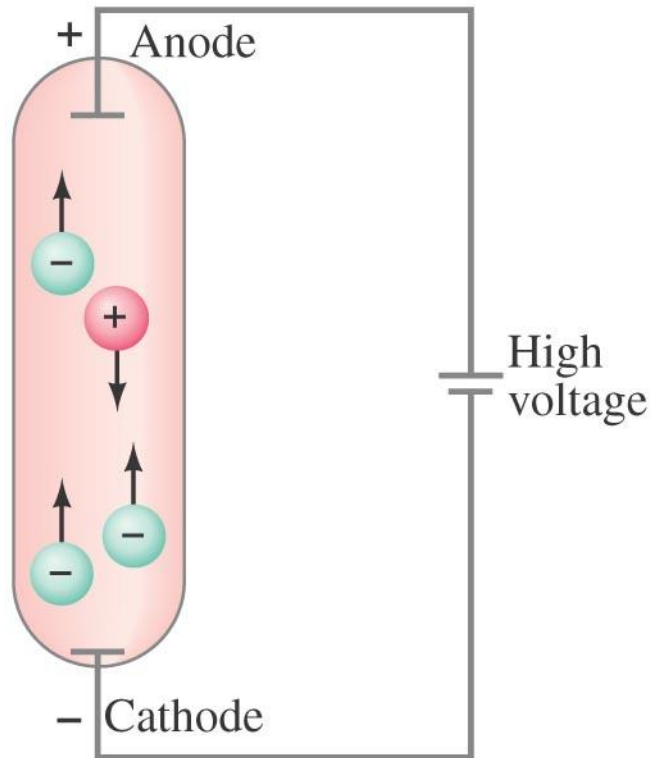
37-9 Αρχικά Μοντέλα του Ατόμου

Επομένως στο μοντέλο του Rutherford, το άτομο εμπεριέχει πολύ άδειο χώρο.



37-10 Ατομικά Φάσματα: Το κλειδί της ατομικής δομής

Όταν ένα αέριο σε πολύ χαμηλή πίεση, θερμανθεί μέσω μιας ηλεκτρικής εκκένωσης, εκπέμπει φως με χαρακτηριστική συχνότητα.



37-10 Ατομικά Φάσματα: Το κλειδί της ατομικής δομής

Το ατομικό φάσμα είναι «φάσμα γραμμών», δηλ. μόνο ορισμένες συχνότητες εμφανίζονται. Λευκό φως που περνάει μέσα από τέτοια αέρια ατόμων, **απορροφά ΜΟΝΟ αυτές τις συχνότητες.**



37-10 Ατομικά Φάσματα: Το κλειδί της ατομικής δομής

Τα μήκη κύματος των φωτονίων που εκπέμπει το άτομο του υδρογόνου, ακολουθούν της σειρά:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, \dots$$

Η ακολουθία αυτή ονομάζεται σειρά Balmer. R είναι η σταθερά του Rydberg:

$$R = 1.0974 \times 10^7 \text{ m}^{-1}.$$

37-10 Ατομικά Φάσματα: Το κλειδί της ατομικής δομής

Υπάρχουν και άλλες σειρές όπως του Lyman:

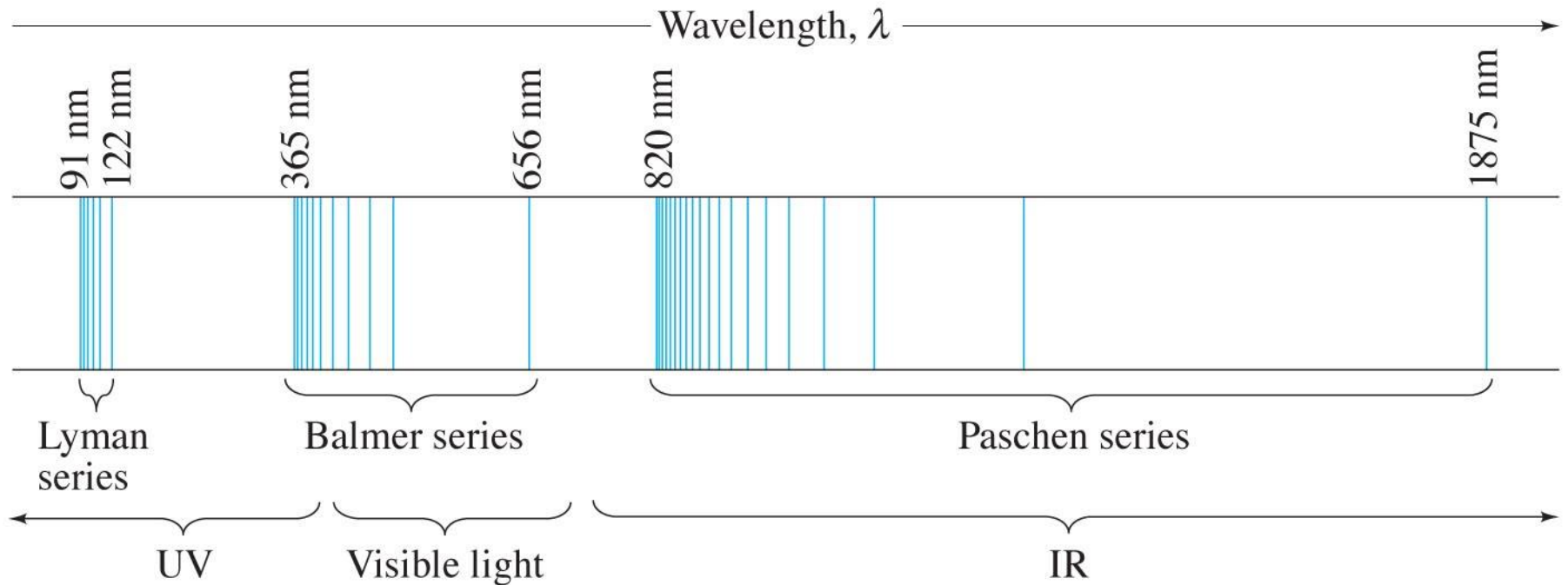
$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, \dots$$

και του Paschen:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, \dots$$

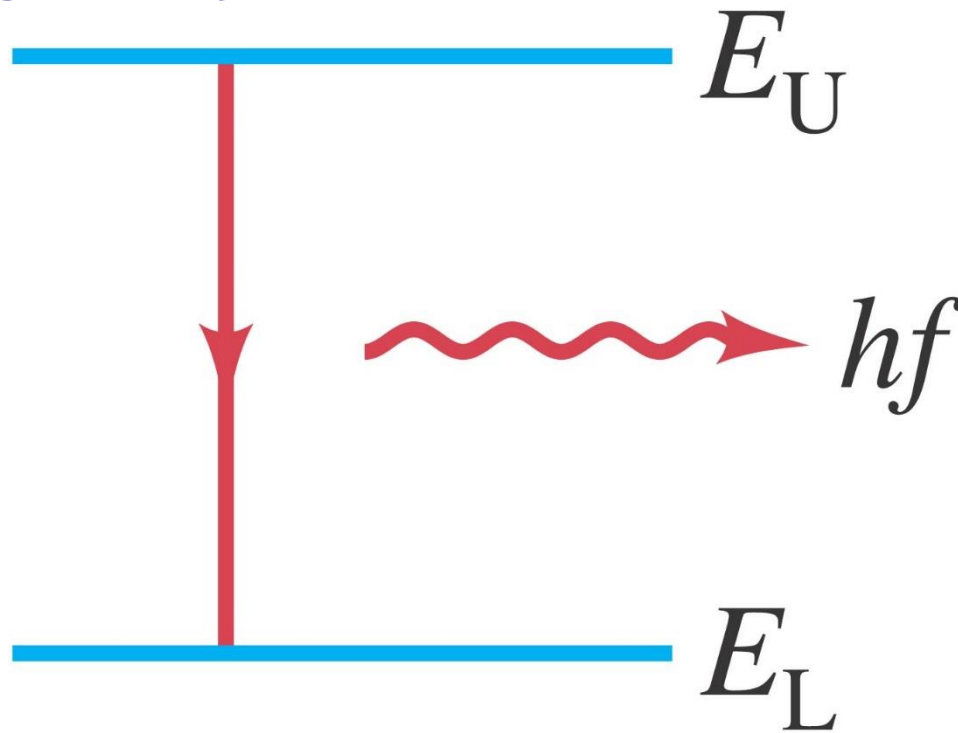
37-10 Ατομικά Φάσματα: Το κλειδί της ατομικής δομής

Ένα κομμάτι του φάσματος του Υδρογόνου φαίνεται στο σχήμα. Οι γραμμές δεν μπορεί να εξηγηθούν από του ατομικό μοντέλο του Rutherford.



37-11 Το Μοντέλο του Bohr

Ο Bohr πρότεινε την «κβάντωση» των ενεργειακών καταστάσεων των ηλεκτρονίων μέσα σε ένα άτομο, δηλ. **μόνο συγκεκριμένες τιμές ενέργειας είναι επιτρεπτές για τα ηλεκτρόνια**. Το φάσμα τότε ερμηνεύεται ως μεταπτώσεις μεταξύ αυτών των ενεργειακών επιπέδων.



37-11 Το μοντέλο του Bohr

https://en.wikipedia.org/wiki/Bohr_model

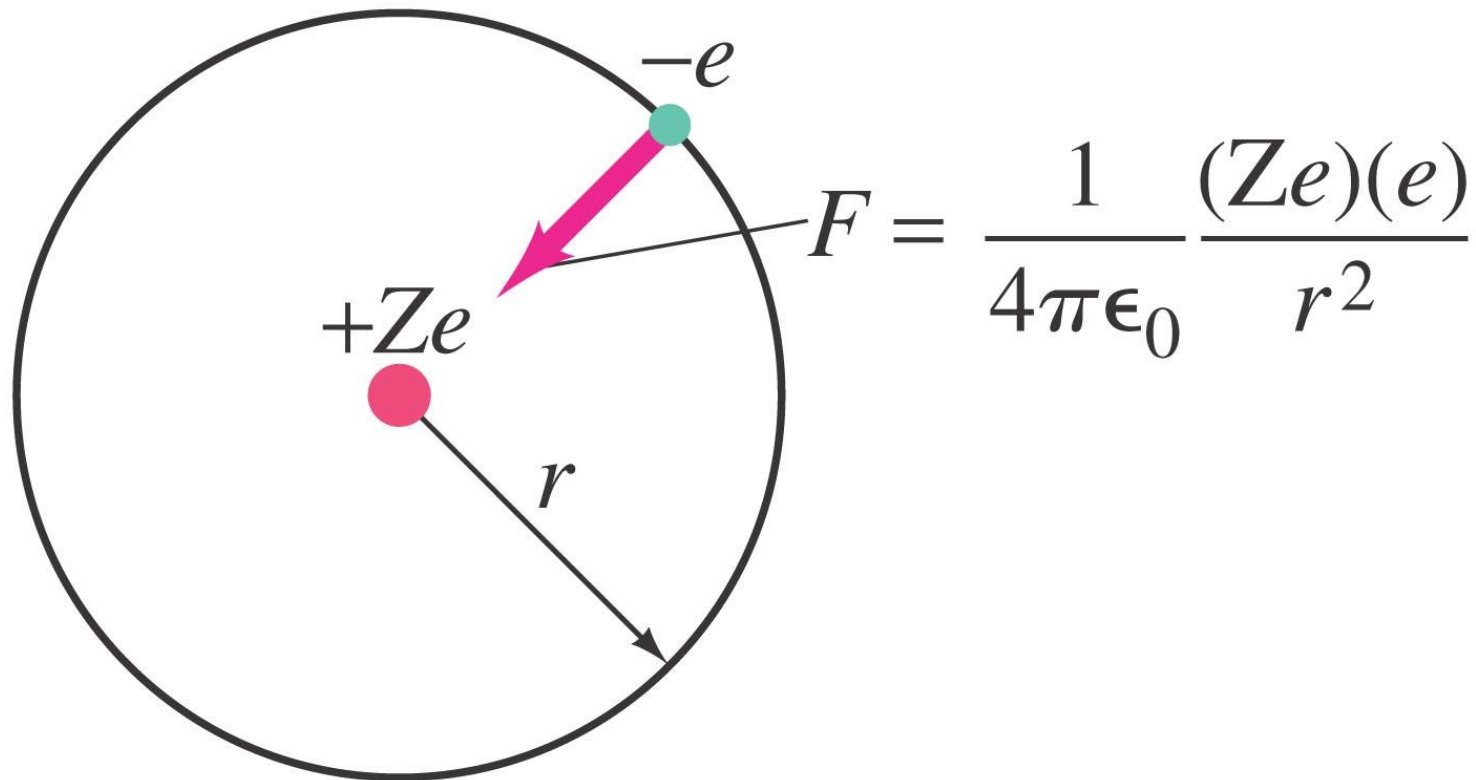
Ο Bohr βρήκε ότι εκτός από την ενέργεια, και η στροφορμή των ηλεκτρονίων ήταν κβαντισμένη:

$$L = mvr_n = n \frac{h}{2\pi}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

37-11 Το μοντέλο του Bohr

https://en.wikipedia.org/wiki/Bohr_model

Η κυκλική τροχιά του ηλεκτρονίου είναι συνέπεια της κεντρομόλου δύναμης Coulomb:



37-11 Το μοντέλο του Bohr

https://en.wikipedia.org/wiki/Bohr_model

Με τον νόμο του Coulomb μπορούμε να προσδιορίσουμε τις τροχιές των ηλεκτρονίων.

$$r_1 = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$
$$= 0.529 \times 10^{-10} \text{ m.}$$

$$r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m Z e^2} = \frac{n^2}{Z} r_1.$$

37-11 Το μοντέλο του Bohr



Το χαμηλότερο ενεργειακό επίπεδο αντιστοιχεί στη βασική κατάσταση και όλα τα υπόλοιπα σε διεγερμένες καταστάσεις.

37-11 Το μοντέλο του Bohr

EXAMPLE 37-13 **Wavelength of a Lyman line.** Use Fig. 37-26 to determine the wavelength of the first Lyman line, the transition from $n = 2$ to $n = 1$. In what region of the electromagnetic spectrum does this lie?

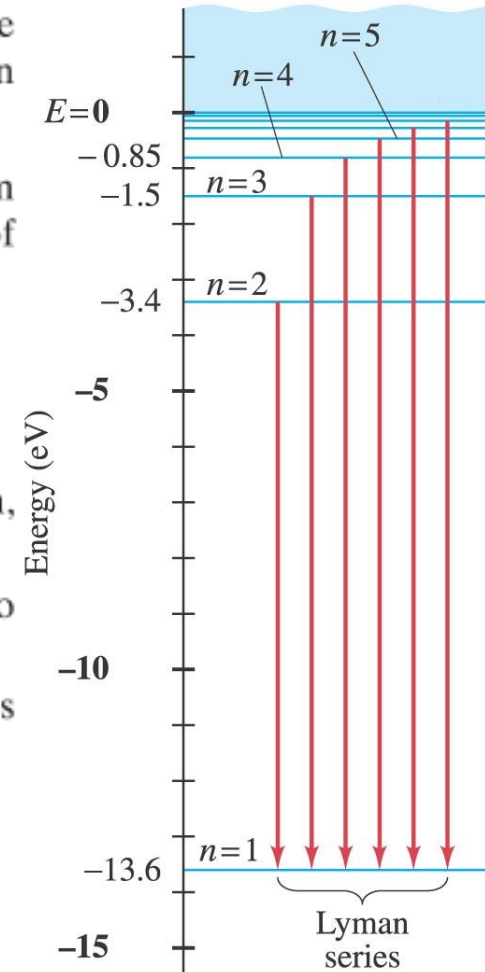
APPROACH We use Eq. 37-9, $hf = E_U - E_L$, with the energies obtained from Fig. 37-26 to find the energy and the wavelength of the transition. The region of the electromagnetic spectrum is found using the EM spectrum in Fig. 31-12.

SOLUTION In this case, $hf = E_2 - E_1 = \{-3.4 \text{ eV} - (-13.6 \text{ eV})\} = 10.2 \text{ eV} = (10.2 \text{ eV})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}) = 1.63 \times 10^{-18} \text{ J}$. Since $\lambda = c/f$, we have

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{E_2 - E_1} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{1.63 \times 10^{-18} \text{ J}} = 1.22 \times 10^{-7} \text{ m},$$

or 122 nm, which is in the UV region of the EM spectrum, Fig. 31-12. See also Fig. 37-22.

NOTE An alternate approach would be to use Eq. 37-15 to find λ , and it gives the same result.



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

37-11 Το μοντέλο του Bohr

EXAMPLE 37-14 **Wavelength of a Balmer line.** Determine the wavelength of light emitted when a hydrogen atom makes a transition from the $n = 6$ to the $n = 2$ energy level according to the Bohr model.

APPROACH We can use Eq. 37-15 or its equivalent, Eq. 37-8, with $R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.

SOLUTION We find

$$\frac{1}{\lambda} = (1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) = 2.44 \times 10^6 \text{ m}^{-1}.$$

So $\lambda = 1/(2.44 \times 10^6 \text{ m}^{-1}) = 4.10 \times 10^{-7} \text{ m}$ or 410 nm. This is the fourth line in the Balmer series, Fig. 37-21, and is violet in color.

EXERCISE F The energy of the photon emitted when a hydrogen atom goes from the $n = 6$ state to the $n = 3$ state is (a) 0.378 eV; (b) 0.503 eV; (c) 1.13 eV; (d) 3.06 eV; (e) 13.6 eV.

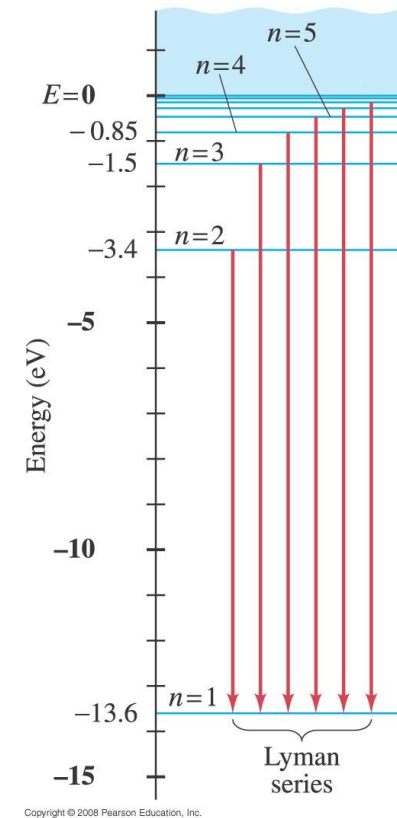
37-11 Το μοντέλο του Bohr

EXAMPLE 37-15 **Absorption wavelength.** Use Fig. 37-26 to determine the maximum wavelength that hydrogen in its ground state can absorb. What would be the next smaller wavelength that would work?

APPROACH Maximum wavelength corresponds to minimum energy, and this would be the jump from the ground state up to the first excited state (Fig. 37-26). The next smaller wavelength occurs for the jump from the ground state to the second excited state. In each case, the energy difference can be used to find the wavelength.

SOLUTION The energy needed to jump from the ground state to the first excited state is $13.6 \text{ eV} - 3.4 \text{ eV} = 10.2 \text{ eV}$; the required wavelength, as we saw in Example 37-13, is 122 nm. The energy to jump from the ground state to the second excited state is $13.6 \text{ eV} - 1.5 \text{ eV} = 12.1 \text{ eV}$, which corresponds to a wavelength

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{c}{f} = \frac{hc}{hf} = \frac{hc}{E_3 - E_1} \\ &= \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{(12.1 \text{ eV})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 103 \text{ nm}.\end{aligned}$$



37-11 Το μοντέλο του Bohr

EXAMPLE 37-16 **He⁺ ionization energy.** (a) Use the Bohr model to determine the ionization energy of the He⁺ ion, which has a single electron. (b) Also calculate the maximum wavelength a photon can have to cause ionization.

APPROACH We want to determine the minimum energy required to lift the electron from its ground state and to barely reach the free state at $E = 0$. The ground state energy of He⁺ is given by Eq. 37-14b with $n = 1$ and $Z = 2$.

SOLUTION (a) Since all the symbols in Eq. 37-14b are the same as for the calculation for hydrogen, except that Z is 2 instead of 1, we see that E_1 will be $Z^2 = 2^2 = 4$ times the E_1 for hydrogen:

$$E_1 = 4(-13.6 \text{ eV}) = -54.4 \text{ eV}.$$

Thus, to ionize the He⁺ ion should require 54.4 eV, and this value agrees with experiment.

(b) The maximum wavelength photon that can cause ionization will have energy $hf = 54.4 \text{ eV}$ and wavelength

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{hf} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})}{(54.4 \text{ eV})(1.60 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 22.8 \text{ nm}.$$

NOTE If the atom absorbed a photon of greater energy (wavelength shorter than 22.8 nm), the atom could still be ionized and the freed electron would have kinetic energy of its own. If $\lambda > 22.8 \text{ nm}$, the photon has too little energy to cause ionization.

37-11 Το μοντέλο του Bohr

CONCEPTUAL EXAMPLE 37-17 **Hydrogen at 20°C.** Estimate the average kinetic energy of whole hydrogen atoms (not just the electrons) at room temperature, and use the result to explain why nearly all H atoms are in the ground state at room temperature, and hence emit no light.

RESPONSE According to kinetic theory (Chapter 18), the average kinetic energy of atoms or molecules in a gas is given by Eq. 18-4:

$$\bar{K} = \frac{3}{2}kT,$$

where $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ is Boltzmann's constant, and T is the kelvin (absolute) temperature. Room temperature is about $T = 300 \text{ K}$, so

$$\bar{K} = \frac{3}{2}(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K}) = 6.2 \times 10^{-21} \text{ J},$$

or, in electron volts:

$$\bar{K} = \frac{6.2 \times 10^{-21} \text{ J}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 0.04 \text{ eV}.$$

The average kinetic energy of an atom as a whole is thus very small compared to the energy between the ground state and the next higher energy state ($13.6 \text{ eV} - 3.4 \text{ eV} = 10.2 \text{ eV}$). Any atoms in excited states quickly fall to the ground state and emit light. Once in the ground state, collisions with other atoms can transfer energy of only 0.04 eV on the average. A small fraction of atoms can have much more energy (see Section 18-2 on the distribution of molecular speeds), but even a kinetic energy that is 10 times the average is not nearly enough to excite atoms into states above the ground state. Thus, at room temperature, nearly all atoms are in the ground state. Atoms can be excited to upper states by very high temperatures, or by passing a current of high energy electrons through the gas, as in a discharge tube (Fig. 37-19).

37-11 Το μοντέλο του Bohr

Όταν οι διαφορές στην ενέργεια μεταξύ των ενεργειακών «κβαντικών» επιπέδων, είναι πολύ μικρότερες από την απόλυτη τιμή της ενέργειας, τότε το σύστημα αρχίζει να συμπεριφέρεται κλασικά. **Αρχή της αντιστοιχίας.**

37-12 Το αξίωμα του de Broglie και η εφαρμογή του στα άτομα

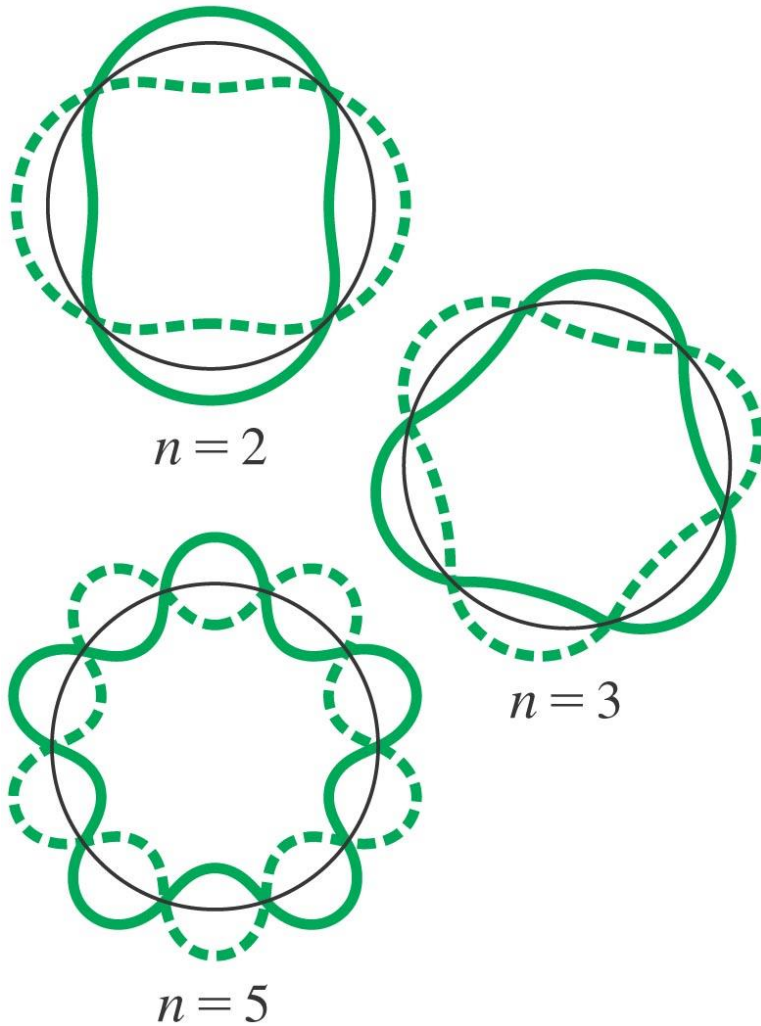
https://en.wikipedia.org/wiki/Louis_de_Broglie

Το αξίωμα του De Broglie συνδέει το μήκος κύματος με την ορμή ενός σωματιδίου.

Στη περίπτωση κλειστών τροχιών, όπως με το άτομο στο μοντέλο του Bohr, υπέθεσε ότι θα δημιουργούνται μόνο στάσιμα κύματα. Η υπόθεση αυτή καταλήγει στις ίδιες σχέσεις που πρότεινε και ο Bohr σε ό,τι αφορούσε την κβάντωση του ατόμου.

Επιπλέον, εξηγεί «καλύτερα», γιατί το ηλεκτρόνιο δεν εκπέμπει ακτινοβολία όπως θα αναμενόταν από ένα φορτίο που επιταχύνεται.

37-12 Το αξίωμα του de Broglie και η εφαρμογή στα άτομα



Στάσιμα κύματα για τροχιές με $n = 2, 3, \text{ and } 5.$

Περίληψη Κεφαλαίου 37

- Υπόθεση του Planck: οι μοριακές ταλαντώσεις είναι ενεργειακά κβαντισμένες:

$$E = nhf, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- Το φως είναι σωματίδιο με ενέργεια:

$$E = hf.$$

- Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο: Προσπίπτοντα φωτόνια αποβάλλουν ηλεκτρόνια από υλικά.

Περίληψη Κεφαλαίου 37

- Το φαινόμενο του Compton και η παραγωγή ζευγών υποστηρίζει την θεωρία των φωτονίων.
- Δυαδικότητα της ύλης: έχει χαρακτηριστικά σωματιδίου και κύματος.
- Το μήκος κύματος ενός αντικειμένου:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Περίληψη Κεφαλαίου 37

- Αξίωμα της συμπληρωματικότητας: η πλήρης κατανόηση της ύλης απαιτεί την κυματική και σωματιδιακή περιγραφή του συστήματος.
- Ο Rutherford έδειξε ότι τα άτομα έχουν ένα μικρό θετικά φορτισμένο πυρήνα.
- Τα φάσματα γραμμών, εξηγούνται από το γεγονός ότι τα ηλεκτρόνια κινούνται μόνο σε συγκεκριμένες τροχιές.
- Η βασική κατάσταση έχει την χαμηλότερη ενέργεια. Όλες οι άλλες καταστάσεις ονομάζονται διεγερμένες.