ΦΥΣΙΚΗ - Ι
ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΓΝΩΡΙΖΩ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

1. ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ
2. ΔΙΑΦΟΡΙΚΑ - ΠΑΡΑΓΩΓΟΥΣ
3. ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

Τι σημαίνει το Ολικό Διαφορικό μιας Συνάρτησης

Ολικό Διαφορικό της $f(x), f(x,y)$

$$df(x) = f(x+dx) - f(x) \approx f(x) + \left(\frac{df}{dx}\right) dx - f(x) = \left(\frac{df}{dx}\right) dx \quad (1)$$

$$\begin{aligned} df(x,y) &= f(x+dx, y+dy) - f(x,y) \\ &\approx f(x,y) + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy - f(x,y) \\ &= \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy \end{aligned} \quad (2)$$

ΣΥΣΤΗΜΑ - ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Το σύστημα που μελετάτε μπορεί να είναι

- **ΜΟΝΩΜΕΝΟ**: *Καμμία ανταλλαγή ενέργειας και ύλης με το ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ*
- **ΚΛΕΙΣΤΟ**: *Ανταλλαγή ΜΟΝΟ ενέργειας με το ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ*
- **ΑΝΟΙΚΤΟ**: *Ανταλλαγή ενέργειας και ύλης με το ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ*

ΜΟΡΙΟ αποτελούμενο από **N** ΑΤΟΜΑ

ΚΕΝΤΡΟ ΜΑΖΑΣ

$$\vec{R}_{CM} = \frac{1}{M}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i\right) \tag{3}$$

και M είναι η ολική μάζα
$M = \sum_{i=1}^{N} m_i$

1. **3*N*** Βαθμούς Ελευθερίας
2. **3** ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΟΥΣ Βαθμούς Ελευθερίας - του Κέντρου Μάζας
3. **3(2)** ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΟΥΣ Βαθμούς Ελευθερίας ως προς άξονα περιστροφής που περνά από το Κέντρο Μάζας
4. $3N - 6(5)$ ΔΟΝΗΤΙΚΟΥΣ ή ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΥΣ Βαθμούς Ελευθερίας

Το Σύστημα έχει ενέργεια η οποία μπορεί να είναι:

- **ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ**:

$$
\begin{aligned}
K &= \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i^2\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i [v_{xi}^2 + v_{yi}^2 + v_{zi}^2]\right) \qquad (4)
\end{aligned}
$$

- **ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ**:

$$
dU(x') = -F_{x'} dx' = -dW \qquad (5)
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta U(x) &= -\int_0^x dW \\
&= -(W(x) - W(0)) \qquad (6)
\end{aligned}
$$

ΔΥΝΑΜΗΣ και ΕΡΓΟ

Η δύναμης ορίζεται από τη Δυναμική Ενέργεια

$$\begin{aligned}
\vec{r} &= x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \\
\vec{F} &= F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k} \\
F_x &= -\frac{dU(\vec{r})}{dx} \\
F_y &= -\frac{dU(\vec{r})}{dy} \\
F_z &= -\frac{dU(\vec{r})}{dz}
\end{aligned} \tag{7}$$

ΔΥΝΑΜΗΣ και ΕΡΓΟ

Το Σύστημα χαρακτηρίζεται από τη Δυναμική του Ενέργεια

- **Ελαστική**

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad F_x = -\frac{dU}{dx} = -kx \tag{8}$$

- **Βαρυτική**

$$U(R) = -\frac{GMm}{R} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} F(R) &= -\frac{dU}{dR} = -(-GMm)\frac{d}{dR}\left(\frac{1}{R}\right) \\ &= (GMm)\left(\frac{-1}{R^2}\right) \\ &= -\frac{GMm}{R^2} \end{aligned} \tag{10}$$

Ηλεκτρική Ενέργεια *Coulomb*

$$U(R) = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R} \tag{11}$$

$$F(R) = -\frac{dU}{dR} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R^2} \tag{12}$$

Νόμοι Διατήρησης της ΟΛΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ της ΟΡΜΗΣ και της ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ

ΕΝΕΡΓΕΙΑ

$$E = K(v_i^2) + U(\vec{r}_i) = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_i^2 + U(\vec{r}_i) \tag{13}$$

ΟΡΜΗ

$$\vec{P}_{CM} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i \tag{14}$$

ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ

$$\vec{L}_{CM} = \sum_{i=1}^{N} \vec{l}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i = \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \times \vec{p}_i \tag{15}$$

Σύστημα : Πεδίο

ΔΥΝΑΜΗΣ COULOMB

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q\cdot Q}{|r|^2}\,\hat{r} = q\,\vec{E}(\vec{r}) \tag{16}$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|r|} = \frac{\vec{r}}{r} \tag{17}$$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

$$\vec{E}(\vec{r}) \equiv \vec{E}(x,y,z) = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{Q}{|r|^2}\,\hat{r} \tag{18}$$

ΔΥΝΑΜΗΣ COULOMB

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q \cdot Q}{|r|^2}\,\hat{r} = q\,\vec{E}(\vec{r}) \tag{19}$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|r|} = \frac{\vec{r}}{r} \tag{20}$$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

$$U(r) \equiv U(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{q \cdot Q}{r} \tag{21}$$

Σύστημα : Πεδίο

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|r|} = \frac{\vec{r}}{r} \tag{22}$$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

$$\vec{E}(\vec{r}) \equiv \vec{E}(x, y, z) = \frac{\vec{F}_{on \quad q}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{r^2}\right) \hat{r} \tag{23}$$

ΣΗΜΕΙΑΚΑ ΦΟΡΤΙΑ

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}_1, \cdots, \vec{r}_N) = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i \quad &= \quad \vec{E}_1 + \cdots + \vec{E}_N \\ &= \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{Q_i}{r_i^2}\right) \hat{r}_i . \end{aligned} \tag{24}$$

ΣΥΝΕΧΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΦΟΡΤΙΩΝ

$$\rho = dQ/dV, \qquad dQ = \rho dV \tag{25}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_V d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V \frac{\rho}{r^2}\hat{r}dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V \frac{\rho}{r^3}\vec{r}dV \tag{26}$$

ΝΟΜΟΣ GAUSS ΓΙΑ ΣΥΝΕΧΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΦΟΡΤΙΩΝ

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \tag{27}$$

όπου

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_{y,z}\hat{i} + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_{z,x}\hat{j} + \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)_{x,y}\hat{k}, \tag{28}$$

$$\vec{E} = E_x\hat{i} + E_y\hat{j} + E_z\hat{k}, \tag{29}$$

$$div(\vec{E}) = \nabla \cdot \vec{E} = \left(\frac{\partial E_x}{\partial x}\right)_{y,z} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial y}\right)_{z,x} + \left(\frac{\partial E_z}{\partial z}\right)_{x,y}. \tag{30}$$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ (Βαθμωτό Πεδίο)

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{U(\vec{r})}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r}\right) \tag{31}$$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ (Διανυσματικό Πεδίο)

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r}) = \frac{q\,Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{\hat{r}}{r^2}\right) \tag{32}$$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ (Διανυσματικό Πεδίο)

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla\Phi(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{\hat{r}}{r^2}\right) \tag{33}$$

ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{d} \tag{34}$$

Ηλεκτροστατικό και Βαρυτικό Πεδίο

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ

$$\vec{F}(r) = q\left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{r}}{r^2}\right) = q\,\vec{E}(r) \tag{35}$$

ΒΑΡΥΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ

$$\vec{F}(r) = m\left(-GM\frac{\hat{r}}{r^2}\right) = m\,\vec{g}(r) \tag{36}$$

Ηλεκτρικό φορτίο κινούμενο σε Ηλεκτρικό και Μαγνητικό Πεδίο

ΔΥΝΑΜΗΣ LORENTZ

$$\vec{F}(\vec{r}) = q\left[\vec{E}(\vec{r}) + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r})\right] \tag{37}$$

$\vec{E} \longrightarrow$ Ηλεκτρικό Πεδίο (N/C)
$\vec{B} \longrightarrow$ Μαγνητικό Πεδίο (1Tesla $\equiv N\ s/C\ m$)

((newton × second)/(coulomb × meter))