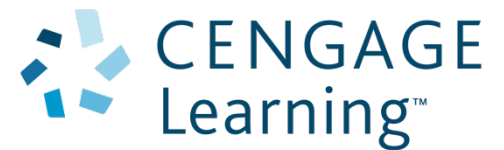


Κεφάλαιο Τ2

Κύματα



Είδη κυμάτων

Παραδείγματα

- Ένα βότσαλο πέφτει στην επιφάνεια του νερού.
- Κυκλικά κύματα ξεκινούν από το σημείο που έπεσε το βότσαλο και απομακρύνονται από αυτό.
- Ένα σώμα που επιπλέει στην κυματισμένη επιφάνεια του νερού θα κινηθεί κατακόρυφα και οριζόντια γύρω από την αρχική του θέση, αλλά τελικά δεν θα μετατοπιστεί ως προς αυτή.

Υπάρχουν δύο βασικά είδη κυμάτων.

- Μηχανικά κύματα
 - Σε κάποιο φυσικό μέσο προκαλείται μια διαταραχή.
 - Το κύμα είναι η διάδοση της διαταραχής μέσα στο μέσο.
- Ηλεκτρομαγνητικά κύματα
 - Δεν απαιτείται κάποιο μέσο για τη διάδοσή τους.
 - Παραδείγματα τέτοιων κυμάτων είναι το φως, τα ραδιοκύματα, και οι ακτίνες Χ.

Γενικά χαρακτηριστικά των κυμάτων

Κατά τη διάδοση ενός κύματος, μεταφέρεται ενέργεια σε κάποια απόσταση.

Δεν μεταφέρεται ύλη.

Προϋποθέσεις για τη δημιουργία μηχανικών κυμάτων

Μια πηγή διαταραχής.

Ένα μέσο το οποίο περιέχει στοιχεία που μπορούν να διαταραχθούν.

Ένας φυσικός μηχανισμός που επιτρέπει στα στοιχεία του μέσου να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Διάδοση παλμού σε νήμα

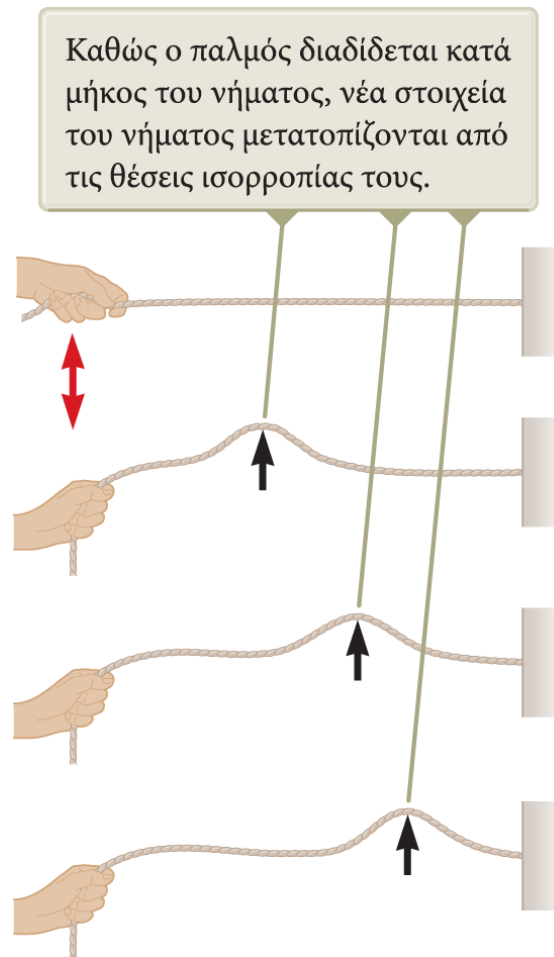
Δημιουργούμε ένα κύμα, τινάζοντας ελαφρά το ένα άκρο του νήματος.

Στο νήμα ασκείται τάση.

Σχηματίζεται μια διαταραχή η οποία διαδίδεται κατά μήκος του νήματος.

- Η διαταραχή ονομάζεται **παλμός**.

Στην εικόνα φαίνονται «στιγμιότυπα» από τη δημιουργία και τη διάδοση του κινούμενου παλμού.



Διάδοση παλμού σε νήμα

Το χέρι είναι η πηγή της διαταραχής.

Το νήμα είναι το μέσο διάδοσης του παλμού.

- Τα στοιχεία του νήματος διαταράσσονται από τη θέση ισορροπίας τους.
- Τα στοιχεία συνδέονται μεταξύ τους, οπότε επηρεάζουν το ένα το άλλο.

Ο παλμός έχει συγκεκριμένο ύψος.

Ο παλμός έχει συγκεκριμένη ταχύτητα διάδοσης στο μέσο.

Το σχήμα του παλμού μεταβάλλεται ελάχιστα καθώς αυτός διαδίδεται κατά μήκος του νήματος.

Εγκάρσιο κύμα

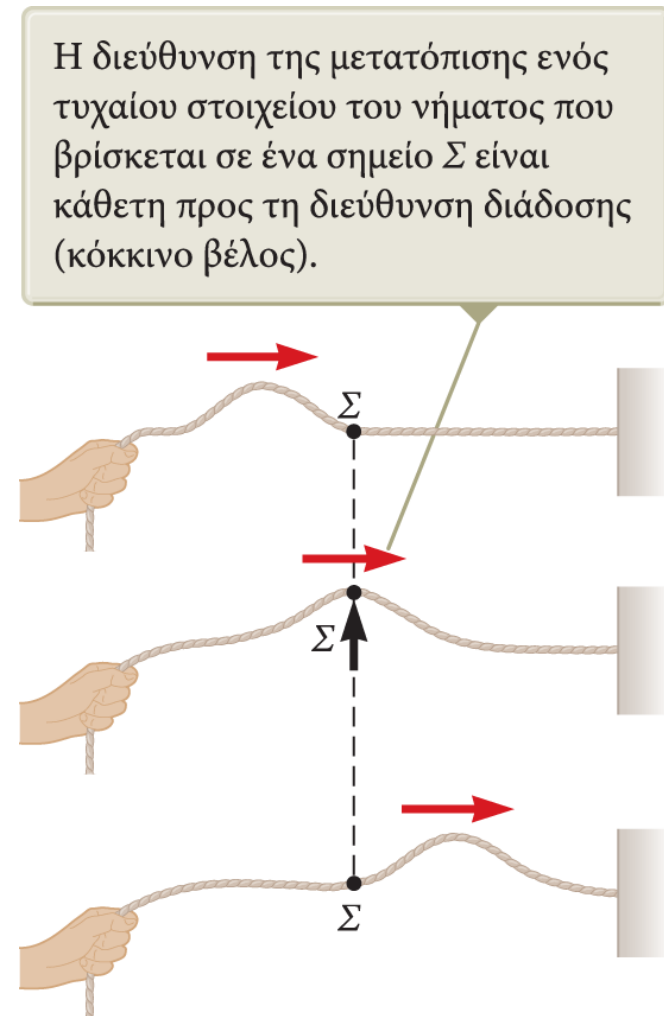
Το κύμα είναι μια περιοδική διαταραχή, η οποία διαδίδεται σε ένα μέσο.

Το οδεύον κύμα, ή ο παλμός, που αναγκάζει τα στοιχεία του διαταρασσόμενου μέσου να κινούνται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης της διαταραχής ονομάζεται **εγκάρσιο κύμα**.

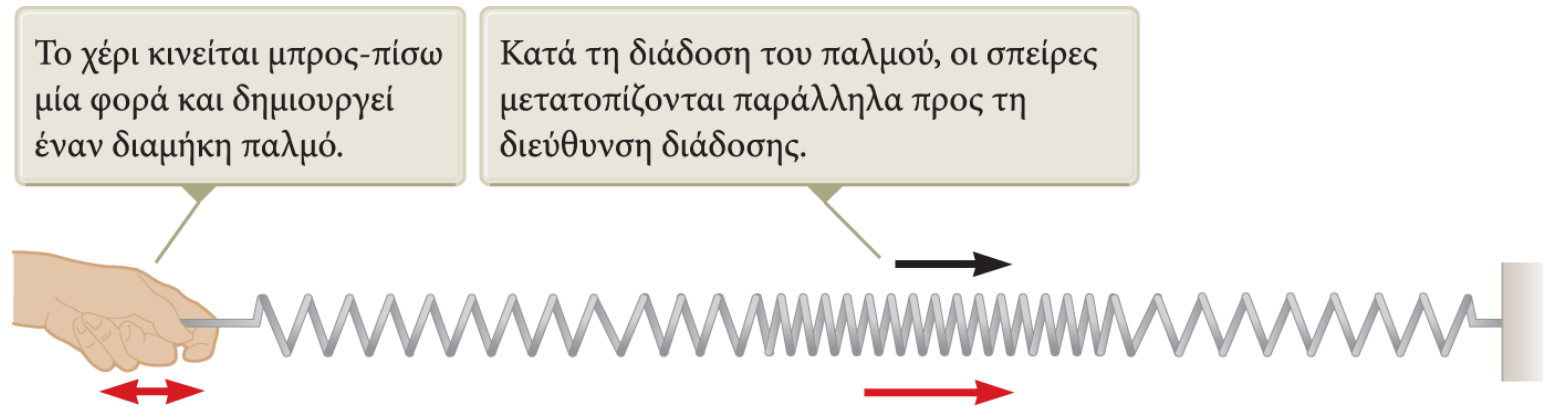
- Για να δημιουργήσουμε το κύμα, πρέπει να κουνήσουμε επανειλημμένα το άκρο του νήματος πάνω-κάτω.

Η κίνηση του σωματιδίου υποδεικνύεται με το μαύρο βέλος.

Η διεύθυνση διάδοσης του κύματος υποδεικνύεται με το κόκκινο βέλος.



Διάμηκες κύμα

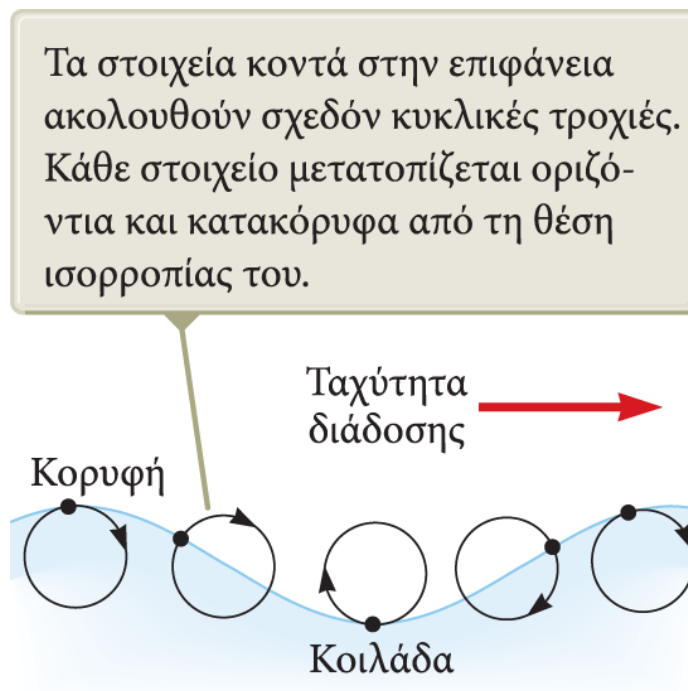


Το οδεύον κύμα, ή ο παλμός, που αναγκάζει τα στοιχεία του διαταρασσόμενου μέσου να κινούνται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης της διαταραχής ονομάζεται **διάμηκες κύμα**.

- Τα ηχητικά κύματα είναι διαμήκη κύματα.

Η διεύθυνση μετατόπισης των σπειρών είναι παράλληλη προς τη διεύθυνση διάδοσης.

Σύνθετα κύματα



Σε πολλά κύματα παρατηρούνται ταυτόχρονα εγκάρσιες και διαμήκεις μετατοπίσεις.

Τα κύματα που σχηματίζονται στην επιφάνεια του νερού αποτελούν ένα τέτοιο παράδειγμα.

- Τα σωματίδια του νερού στην επιφάνεια διαγράφουν σχεδόν κυκλικές τροχιές.
- Η διαταραχή έχει και εγκάρσιες και διαμήκεις μετατοπίσεις.

Παράδειγμα: Σεισμικά κύματα

Κύματα P ή πρωτεύοντα κύματα

- Το «P» είναι το αρχικό γράμμα της αγγλικής λέξης primary (πρωτεύων).
- Κινούνται πιο γρήγορα από τα κύματα S, με 7-8 km/s.
- Είναι διαμήκη κύματα

Κύματα S ή δευτερεύοντα κύματα

- Το «S» είναι το αρχικό γράμμα της αγγλικής λέξης secondary (δευτερεύων).
- Κινούνται πιο αργά από τα κύματα P, με 4-5 km/s.
- Είναι εγκάρσια κύματα

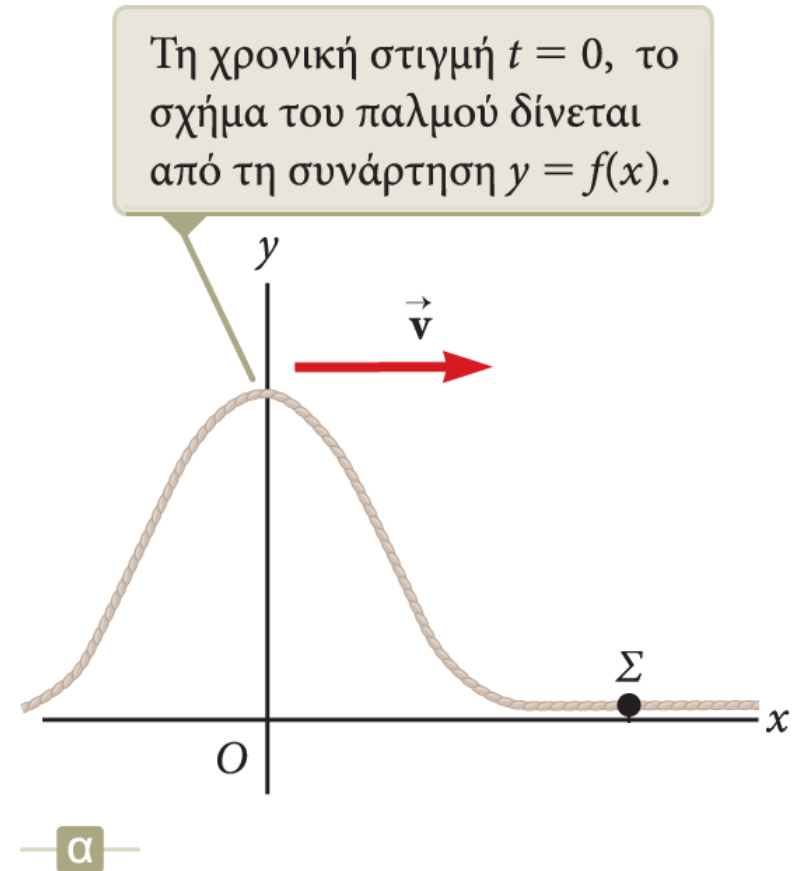
Ο σειсмоγράφος καταγράφει τα κύματα αυτά, από τα οποία μπορούμε να εξαγάγουμε πληροφορίες σχετικά με το επίκεντρο του σεισμού.

Οδεύων παλμός

Στην εικόνα βλέπουμε το σχήμα του παλμού τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Το σχήμα της καμπύλης μπορεί να αναπαρασταθεί από μια μαθηματική συνάρτηση της μορφής $y(x,0) = f(x)$.

- Η συνάρτηση αυτή περιγράφει την εγκάρσια θέση y του στοιχείου του νήματος σε κάθε θέση x τη χρονική στιγμή $t = 0$.



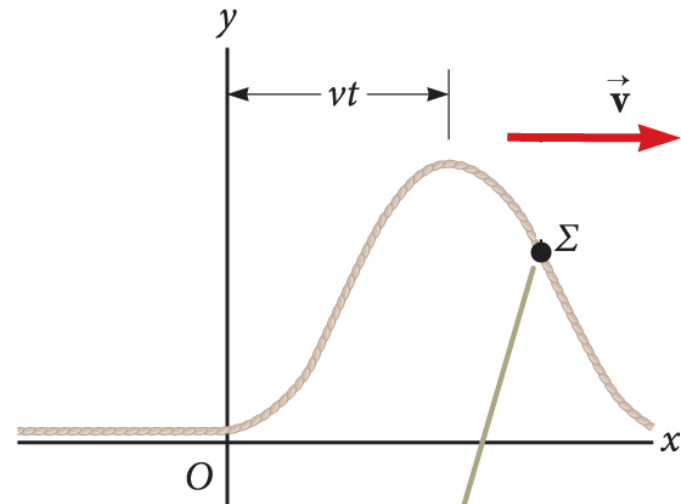
Οδεύων παλμός (συνέχεια)

Το μέτρο της ταχύτητας του παλμού είναι v .

Τη χρονική στιγμή t , ο παλμός έχει διανύσει απόσταση vt .

Το σχήμα του παλμού δεν μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου.

Η κατακόρυφη θέση του είναι τώρα $y = f(x - vt)$.



Σε μια μεταγενέστερη χρονική στιγμή t , το σχήμα του παλμού παραμένει αμετάβλητο και η κατακόρυφη θέση ενός τυχαίου στοιχείου του μέσου σε οποιοδήποτε σημείο Σ δίνεται από τη συνάρτηση $y = f(x - vt)$.

β

Οδεύων παλμός (τελική διαφάνεια)

Για έναν παλμό ο οποίος διαδίδεται προς τα δεξιά

- $y(x, t) = f(x - vt)$

Για έναν παλμό ο οποίος διαδίδεται προς τα αριστερά

- $y(x, t) = f(x + vt)$

Η συνάρτηση y είναι γνωστή και ως **κυματοσυνάρτηση** $y(x, t)$.

Η κυματοσυνάρτηση δίνει την τεταγμένη y κάθε στοιχείου που βρίσκεται στο σημείο x σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή t .

- Η τεταγμένη y είναι η εγκάρσια θέση.

Αν το t είναι σταθερό, η κυματοσυνάρτηση ονομάζεται **κυματομορφή**.

- Ορίζει μια καμπύλη που παριστάνει το γεωμετρικό σχήμα του παλμού τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

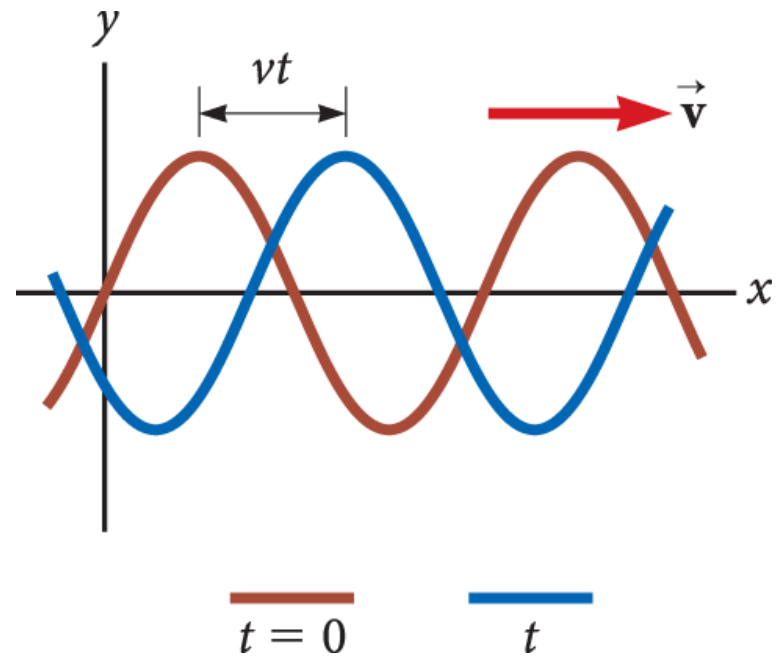
Ημιτονοειδή κύματα

Το κύμα που παριστάνει η καμπύλη, η οποία φαίνεται στην εικόνα, είναι ένα **ημιτονοειδές ή αρμονικό κύμα**.

Πρόκειται για την καμπύλη του γραφήματος της τριγωνομετρικής συνάρτησης $\sin \theta$ ως προς τη γωνία θ .

Αυτό είναι το πιο απλό παράδειγμα ενός περιοδικού συνεχούς κύματος.

- Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία πιο σύνθετων κυμάτων.



Ημιτονοειδή κύματα (συνέχεια)

Το κύμα κινείται προς τα δεξιά.

- Στην προηγούμενη εικόνα, η καφέ καμπύλη περιγράφει την αρχική θέση.
- Καθώς το κύμα κινείται προς τα δεξιά, η καφέ καμπύλη θα φτάσει τελικά στη θέση της μπλε καμπύλης.

Κάθε στοιχείο κινείται πάνω-κάτω εκτελώντας απλή αρμονική κίνηση.

- Αυτή η κίνηση είναι η κίνηση που εκτελούν τα στοιχεία του μέσου.

Είναι σημαντικό να διαχωρίσουμε την κίνηση του κύματος από την κίνηση των στοιχείων του μέσου.

Μοντέλο κύματος

Το κύμα είναι ένα νέο μοντέλο απλούστευσης.

- Θα μας επιτρέψει να ορίσουμε περισσότερα μοντέλα ανάλυσης για την επίλυση προβλημάτων.
- Ένα ιδανικό κύμα έχει μόνο μία συχνότητα.
- Ένα ιδανικό κύμα έχει άπειρο μήκος.
- Μπορούμε να δημιουργήσουμε σύνθετα κύματα, συνδυάζοντας ιδανικά κύματα.

Μοντέλο ανάλυσης του οδεύοντος κύματος

- Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις στις οποίες ένα κύμα διαδίδεται στον χώρο χωρίς να αλληλεπιδρά με άλλα κύματα ή σωματίδια.

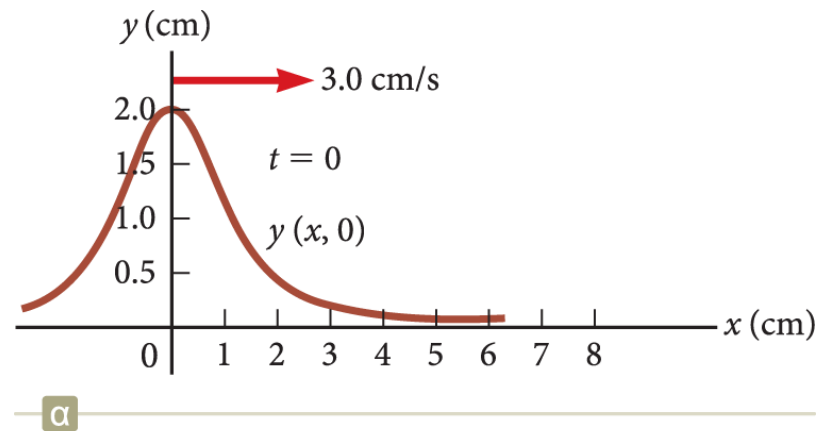
Ορολογία: Πλάτος και μήκος κύματος

Το σημείο στο οποίο η μετατόπιση του στοιχείου από την κανονική του θέση είναι μέγιστη ονομάζεται **κορυφή** ή **όρος** του κύματος.

- Η μέγιστη αυτή μετατόπιση ονομάζεται **πλάτος** A .

Το **μήκος κύματος** λ είναι η απόσταση μίας κορυφής από την επόμενη.

- Γενικότερα, το μήκος κύματος είναι η ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο οποιωνδήποτε αντίστοιχων σημείων διαδοχικών κυμάνσεων.



Ορολογία: Περίοδος και συχνότητα

Η περίοδος, T , είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε δύο αντίστοιχα σημεία διαδοχικών κυμάνσεων να περάσουν από το ίδιο σημείο.

- Η περίοδος του κύματος είναι ίδια με την περίοδο της απλής αρμονικής ταλάντωσης ενός στοιχείου του μέσου.

Η **συχνότητα** f είναι ο αριθμός των κορυφών (ή οποιουδήποτε άλλου σημείου που ανήκει στο κύμα) που διέρχονται από ένα δεδομένο σημείο στη μονάδα του χρόνου.

- Συνήθως ως μονάδα χρόνου λαμβάνουμε το δευτερόλεπτο.
- Η συχνότητα του κύματος είναι ίδια με τη συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης ενός στοιχείου του μέσου.

Ορολογία: Περίοδος και συχνότητα (συνέχεια)

Η σχέση που συνδέει τη συχνότητα με την περίοδο είναι

$$f = \frac{1}{T}$$

Όταν η μονάδα του χρόνου είναι το δευτερόλεπτο, οι μονάδες της συχνότητας είναι $s^{-1} = \text{Hz}$.

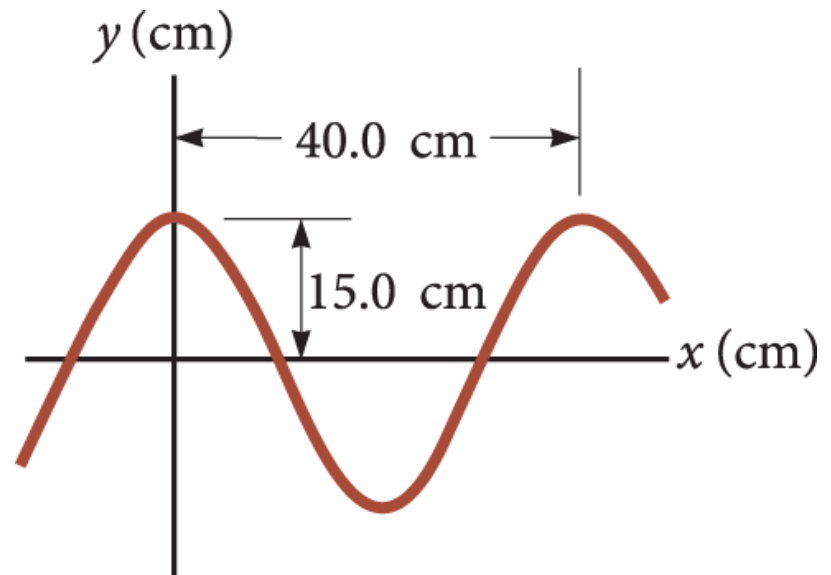
- Το Hz είναι συντόμευση του hertz.

Ορολογία – Παράδειγμα

Το μήκος κύματος λ είναι 40.0 cm.

Το πλάτος A είναι 15.0 cm.

Μπορούμε να γράψουμε την κυματοσυνάρτηση στη μορφή $y = A \cos(kx - \omega t)$.



Ταχύτητα κυμάτων

Τα κύματα διαδίδονται με συγκεκριμένη ταχύτητα.

- Η ταχύτητα εξαρτάται από τις ιδιότητες του διαταρασσόμενου μέσου.

Η κυματοσυνάρτηση περιγράφεται από τη σχέση

$$y(x, t) = A \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right]$$

- Η σχέση αυτή ισχύει για ένα κύμα το οποίο κινείται προς τα δεξιά.
- Για ένα κύμα το οποίο κινείται προς τα αριστερά, αντικαθιστούμε το $x - vt$ με το $x + vt$.

Κυματοσυνάρτηση – Μια άλλη μορφή

Εφόσον το μέτρο της ταχύτητας ισούται με το πηλίκο της απόστασης προς τον χρόνο,

$$v = \lambda T$$

Η κυματοσυνάρτηση μπορεί στη συνέχεια να εκφραστεί ως

$$y(x, t) = A \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

Αυτή η μορφή της κυματοσυνάρτησης δείχνει την περιοδική φύση του y .

- Για συντομία, θα χρησιμοποιούμε συχνά το y και όχι το $y(x, t)$.

Εξισώσεις κύματος

Μπορούμε ακόμα να ορίσουμε τον κυκλικό κυματαριθμό ή απλώς κυματαριθμό k .

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Επίσης, η κυκλική συχνότητα ορίζεται ως

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Η κυματοσυνάρτηση μπορεί να εκφραστεί ως $y = A \sin(kx - \omega t)$.

Η ταχύτητα του κύματος γίνεται $v = \lambda f$.

Αν $x \neq 0$ τη χρονική στιγμή $t = 0$, η κυματοσυνάρτηση μπορεί να γενικευτεί στη μορφή $y = A \sin(kx - \omega t + \phi)$, όπου το ϕ είναι η **σταθερά φάσης**.

Εξισώσεις κύματος (συνέχεια)

Οι βασικές μαθηματικές σχέσεις του μοντέλου ανάλυσης του οδεύοντος κύματος είναι οι εξής:

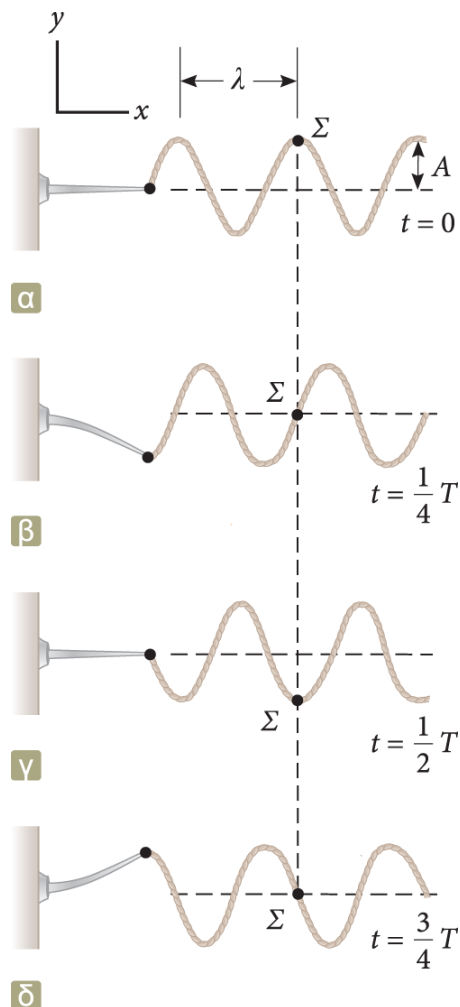
- $f = 1/T$
- $y = A \sin(kx - \omega t)$
- $v = f\lambda$

Ημιτονοειδή κύματα σε νήματα

Για να δημιουργήσουμε μια σειρά παλμών, μπορούμε να προσαρτήσουμε το νήμα σε ένα έλασμα που ταλαντώνεται.

Το κύμα αποτελείται από μια σειρά ίδιων κυματομορφών.

Εξακολουθούν να ισχύουν οι σχέσεις που συνδέουν το μέτρο της ταχύτητας, την ταχύτητα, και την περίοδο.



Ημιτονοειδή κύματα σε νήματα (2)

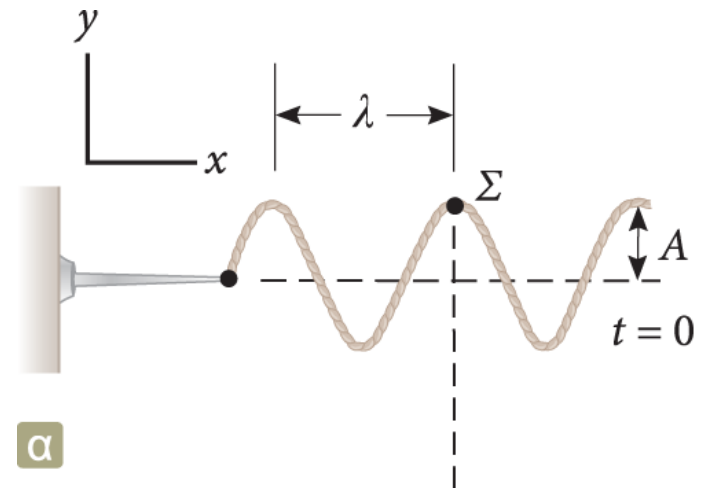
Κάθε στοιχείο του νήματος ταλαντώνεται κατακόρυφα και εκτελεί απλή αρμονική κίνηση.

- Για παράδειγμα, το σημείο Σ .

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι κάθε στοιχείο του νήματος είναι ένας απλός αρμονικός ταλαντωτής που ταλαντώνεται με συχνότητα ίση με εκείνη της ταλάντωσης του ελάσματος.

Ενώ κάθε στοιχείο ταλαντώνεται στον άξονα y , το κύμα διαδίδεται κατά μήκος του άξονα x με ταχύτητα μέτρου v .

Τη χρονική στιγμή $t = 0$,
 $y = A \sin(kx - \omega t)$.



Ημιτονοειδή κύματα σε νήματα (3)

Το μέτρο της εγκάρσιας ταχύτητας του στοιχείου είναι

$$v_y = \left. \frac{dy}{dt} \right]_{x=\text{σταθερό}}$$

$$\text{ή } v_y = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$

Είναι διαφορετικό από το μέτρο της ταχύτητας του ίδιου του κύματος.

Η εγκάρσια επιτάχυνση του στοιχείου είναι

$$a_y = \left. \frac{dv_y}{dt} \right]_{x=\text{σταθερό}}$$

$$\text{ή } a_y = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t)$$

Ημιτονοειδή κύματα σε νήματα (τελική διαφάνεια)

Οι μέγιστες τιμές της εγκάρσιας ταχύτητας και της εγκάρσιας επιτάχυνσης είναι:

- $v_{y, \max} = \omega A$
- $a_{y, \max} = \omega^2 A$

Η εγκάρσια ταχύτητα και η εγκάρσια επιτάχυνση δεν λαμβάνουν τις μέγιστες τιμές τους ταυτόχρονα.

- Η ταχύτητα v γίνεται μέγιστη στο σημείο $y = 0$.
- Η επιτάχυνση a γίνεται μέγιστη στο σημείο $y = \pm A$.

Μη συγχέετε την ταχύτητα v του κύματος με την εγκάρσια ταχύτητα v_y ενός σημείου του νήματος.

- Σε ένα ομογενές μέσο, η ταχύτητα v είναι σταθερή, ενώ η εγκάρσια ταχύτητα v_y μεταβάλλεται ημιτονοειδώς.

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων σε νήματα

Η ταχύτητα του κύματος εξαρτάται από τα φυσικά χαρακτηριστικά του νήματος και την τάση που ασκείται στο νήμα.

$$v = \sqrt{\frac{\text{τάση}}{\text{μάζα/μήκος}}} = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Υποθέτουμε ότι η τάση δεν επηρεάζεται από τον παλμό.

Δεν θεωρούμε ότι ο παλμός έχει συγκεκριμένο σχήμα.

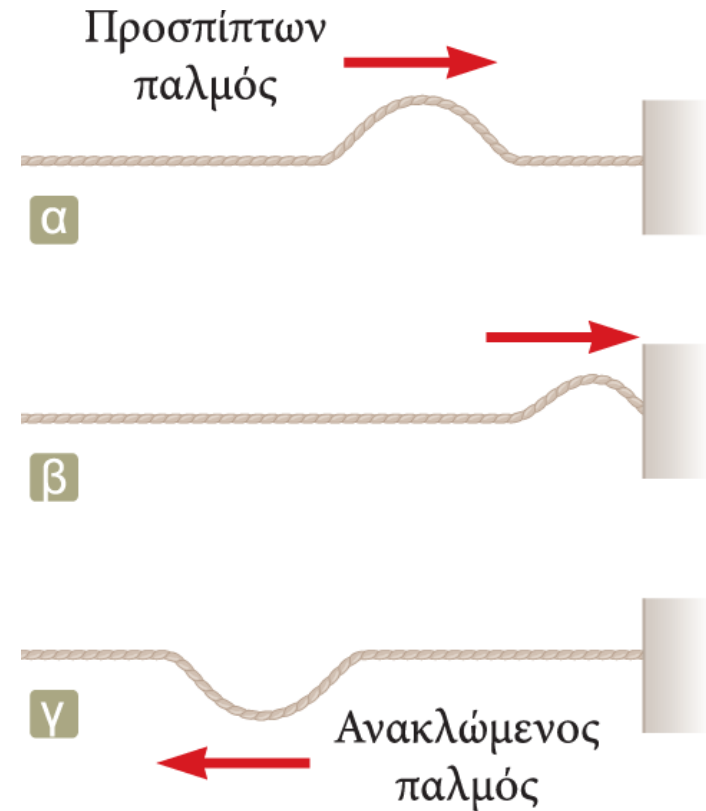
Ανάκλαση κύματος, σταθερό άκρο

Όταν ο παλμός φτάσει στον τοίχο, διαδίδεται στο νήμα προς την αντίθετη κατεύθυνση.

Δηλαδή, ο παλμός **ανάκλαται**.

Κατά την ανάκλαση, ο παλμός αναστρέφεται.

- Σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα
 - Όταν ο παλμός φτάνει στο σταθερό άκρο του νήματος, το νήμα ασκεί μια κατακόρυφη δύναμη στον τοίχο με φορά προς τα επάνω.
 - Ο τοίχος ασκεί στο νήμα μια δύναμη αντίδρασης ίδιου μέτρου, αλλά αντίθετης κατεύθυνσης.



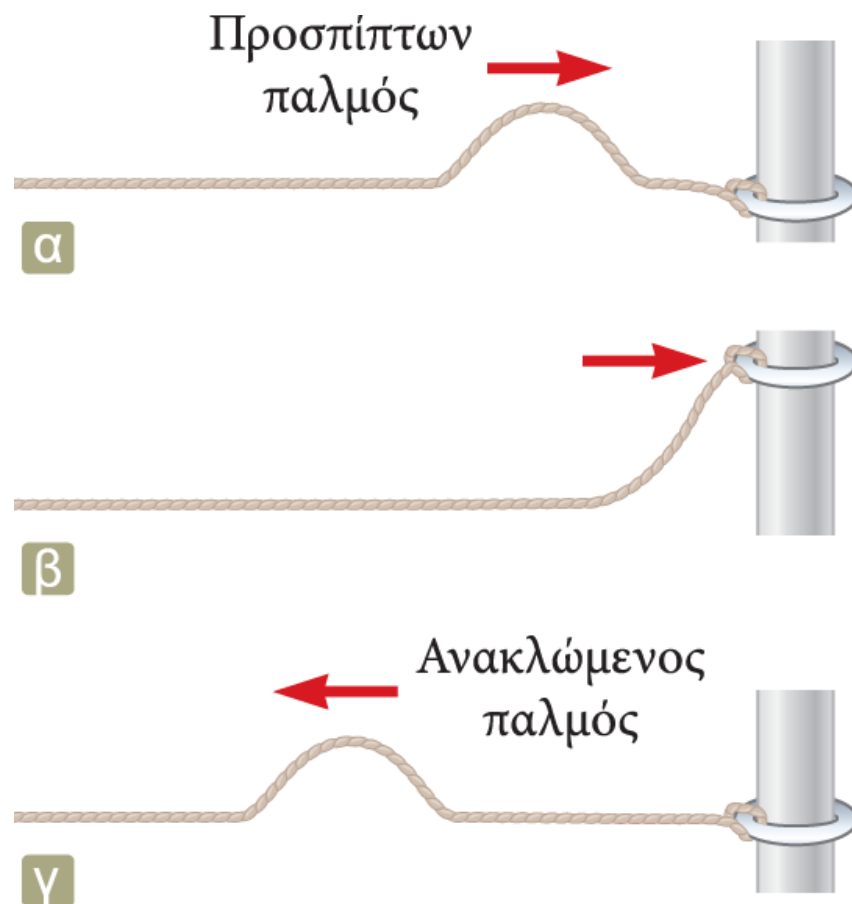
Ανάκλαση κύματος, ελεύθερο άκρο

Όταν το άκρο είναι ελεύθερο, το νήμα μπορεί να κινείται κατακόρυφα.

Ο παλμός ανακλάται.

Ο παλμός δεν αναστρέφεται.

Ο ανακλώμενος παλμός έχει το ίδιο πλάτος με τον αρχικό παλμό.



Μετάδοση κύματος

Ας θεωρήσουμε μια περίπτωση η οποία είναι ενδιάμεση των προηγούμενων δύο περιπτώσεων.

- Ένα μέρος της ενέργειας του προσπίπτοντος παλμού ανακλάται και ένα μέρος **μεταδίδεται**.
 - Ένα μέρος της ενέργειας διασχίζει το όριο των δύο μέσων.

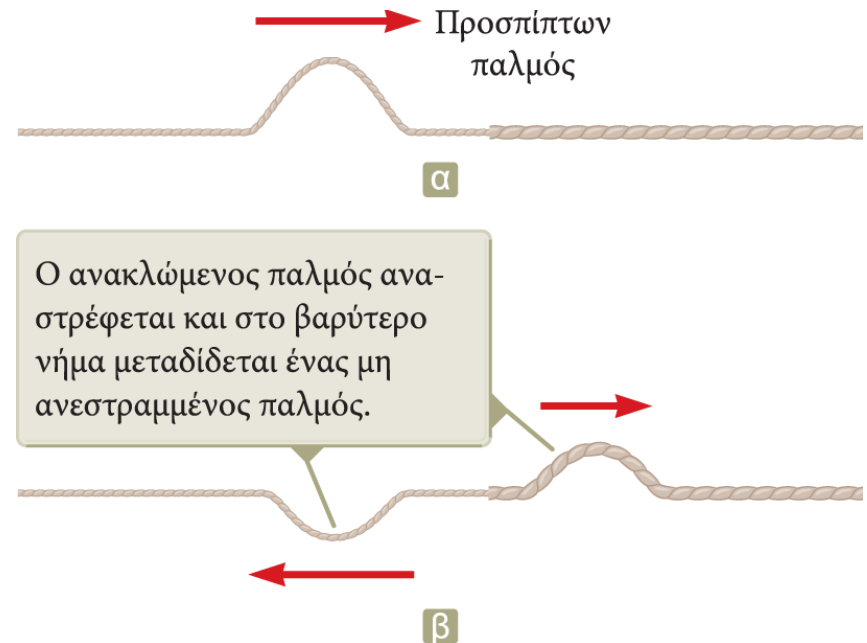
Μετάδοση κύματος (2)

Ας υποθέσουμε ότι ένα ελαφρύ νήμα είναι ενωμένο με ένα πιο βαρύ νήμα.

Ο παλμός διαδίδεται στο ελαφρύ νήμα και φτάνει στο όριο.

Το μέρος του παλμού που ανακλάται, αναστρέφεται.

Ο ανακλώμενος παλμός έχει μικρότερο πλάτος.

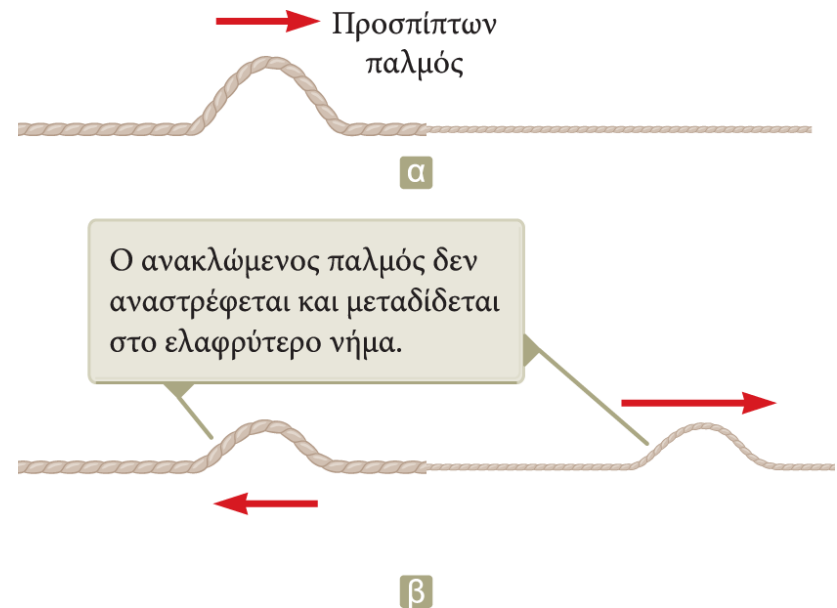


Μετάδοση κύματος (3)

Ας υποθέσουμε ότι ένα βαρύ νήμα είναι ενωμένο με ένα πιο ελαφρύ νήμα.

Ένα μέρος του παλμού ανακλάται και ένα μέρος του μεταδίδεται.

Ο ανακλώμενος παλμός δεν αναστρέφεται.



Μετάδοση κύματος (4)

Ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας:

- Όταν ο παλμός φτάνει στο όριο του μέσου διάδοσης και χωρίζεται στον παλμό που ανακλάται και στον παλμό που μεταδίδεται στο δεύτερο μέσο, το άθροισμα των ενεργειών των δύο παλμών πρέπει να ισούται με την ενέργεια του αρχικού παλμού.

Όταν ένα κύμα ή ένας παλμός διαδίδεται από το μέσο A στο μέσο B και $v_A > v_B$, ο παλμός αναστρέφεται κατά την ανάκλαση.

- Το B έχει μεγαλύτερη πυκνότητα από το A.

Όταν ένα κύμα ή ένας παλμός διαδίδεται από το μέσο A στο μέσο B και $v_A < v_B$, ο παλμός δεν αναστρέφεται κατά την ανάκλαση.

- Το A έχει μεγαλύτερη πυκνότητα από το B.

Μεταφορά ενέργειας των ημιτονοειδών κυμάτων σε νήματα

Καθώς τα κύματα διαδίδονται σε ένα μέσο, μεταφέρουν ενέργεια.

Μπορούμε να μοντελοποιήσουμε κάθε στοιχείο του νήματος ως έναν απλό αρμονικό ταλαντωτή.

- Η ταλάντωση γίνεται στον άξονα y .

Κάθε στοιχείο έχει την ίδια συνολική ενέργεια.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι κάθε στοιχείο έχει μάζα dm .

Η κινητική ενέργεια που έχει ένα στοιχείο λόγω της κατακόρυφης κίνησής του είναι $dK = \frac{1}{2}(dm)v_y^2$.

Η μάζα dm είναι επίσης ίση με μdx .

Η κινητική ενέργεια ενός στοιχείου του νήματος είναι $dK = \frac{1}{2}(\mu dx)v_y^2$.

Μεταφορά ενέργειας (συνέχεια)

Ολοκληρώνοντας την παραπάνω σχέση για όλα τα στοιχεία βρίσκουμε τη συνολική κινητική ενέργεια ενός μήκους κύματος $K_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2\lambda$.

Η συνολική δυναμική ενέργεια ενός μήκους κύματος είναι $U_\lambda = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2\lambda$.

Επομένως, η συνολική ενέργεια είναι

- $E_\lambda = K_\lambda + U_\lambda = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\lambda$

Η ισχύς ενός κύματος

Η ισχύς είναι ο ρυθμός μεταφοράς της ενέργειας:

$$P = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{\frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$$

Η ισχύς που μεταφέρει ένα ημιτονοειδές κύμα, το οποίο διαδίδεται σε ένα νήμα είναι ανάλογη

- του τετραγώνου της συχνότητας
- του τετραγώνου του πλάτους
- της ταχύτητας του κύματος

Ο ρυθμός μεταφοράς ενέργειας σε οποιοδήποτε ημιτονοειδές κύμα είναι ανάλογος του τετραγώνου της κυκλικής συχνότητας και του τετραγώνου του πλάτους.

Η γραμμική εξίσωση κύματος

Οι κυματοσυναρτήσεις $y(x, t)$ είναι λύσεις της **γραμμικής εξίσωσης κύματος**.

Η εξίσωση περιγράφει πλήρως την κίνηση του κύματος.

Από αυτήν μπορούμε να πάρουμε την εξίσωση της ταχύτητας του κύματος.

Η γραμμική εξίσωση κύματος είναι θεμελιώδης για πολλές μορφές κίνησης των κυμάτων.

Η γραμμική εξίσωση κύματος που διαδίδεται σε νήμα

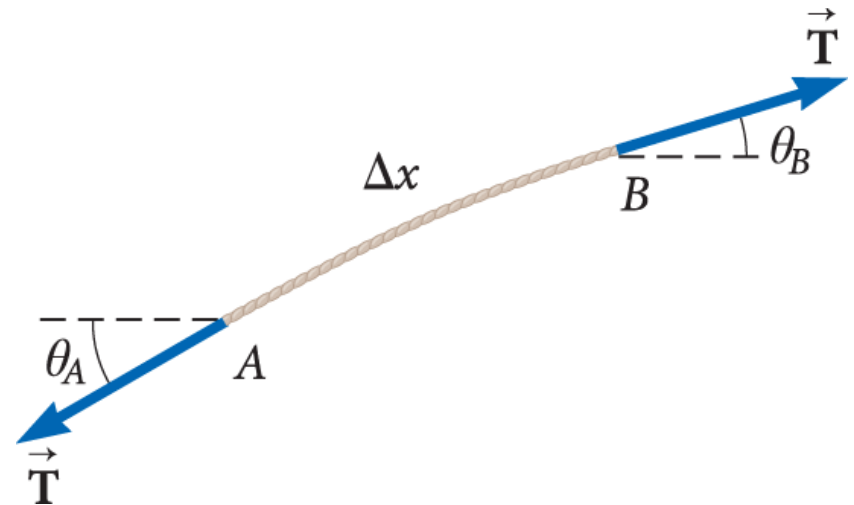
Το νήμα δέχεται τάση T .

Θεωρούμε ένα μικρό στοιχειώδες τμήμα του νήματος μήκους Δx .

Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται κατά μήκος του άξονα y είναι

$$\Sigma F_y \approx T(\tan \theta_B - \tan \theta_A)$$

- Χρησιμοποιούμε την προσέγγιση της μικρής γωνίας $\sin \theta \approx \tan \theta$.



Η γραμμική εξίσωση ενός κύματος που διαδίδεται σε νήμα (συνέχεια)

Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε

$$\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{(\partial y / \partial x)_B - (\partial y / \partial x)_A}{\Delta x}$$

Καθώς $\Delta x \rightarrow 0$, η σχέση γίνεται

$$\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Η παραπάνω σχέση είναι η γραμμική εξίσωση για κύματα που διαδίδονται κατά μήκος νημάτων.

Γραμμική εξίσωση κύματος, γενικά

Μπορούμε να γράψουμε την εξίσωση στη μορφή

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Η σχέση αυτή ισχύει γενικά για διάφορους τύπους κυμάτων.

- Το y παριστάνει διάφορες θέσεις.
 - Για ένα νήμα, το y είναι η κατακόρυφη μετατόπιση των στοιχείων του.
 - Για ένα ηχητικό κύμα που διαδίδεται σε ένα αέριο, το y είναι η διαμήκης μετατόπιση των στοιχείων του αερίου από τη θέση ισορροπίας τους.
 - Για ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα, το y είναι μια συνιστώσα του ηλεκτρικού ή του μαγνητικού πεδίου.

Γραμμική εξίσωση κύματος, γενικά (συνέχεια)

Η γραμμική εξίσωση κύματος ικανοποιείται από όλες τις κυματοσυναρτήσεις της μορφής

$$y = f(x \pm vt)$$

Η γραμμική εξίσωση κύματος προκύπτει άμεσα από την εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα σε οποιοδήποτε στοιχειώδες τμήμα ενός νήματος, στο οποίο διαδίδεται ένα οδεύον κύμα.