

Κεφάλαιο M5

Οι νόμοι της κίνησης

Οι νόμοι της κίνησης

Μέχρι τώρα, περιγράψαμε την κίνηση ενός σώματος συναρτήσει της θέσης, της ταχύτητας, και της επιτάχυνσής του.

Δεν λάβαμε υπόψη μας τι μπορεί να επηρεάζει αυτή την κίνηση.

Πρέπει να εξετάσουμε δύο κύριους παράγοντες για να απαντήσουμε στα ερωτήματα που σχετίζονται με τις αιτίες μεταβολής της κίνησης ενός σώματος:

- τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα
- τη μάζα του σώματος

Η δυναμική μελετάει τα αίτια της κίνησης.

Θα ξεκινήσουμε με τους τρεις βασικούς νόμους της κίνησης.

- Διατυπώθηκαν από τον Ισαάκ Νεύτωνα

Σερ Ισαάκ Νεύτωνας

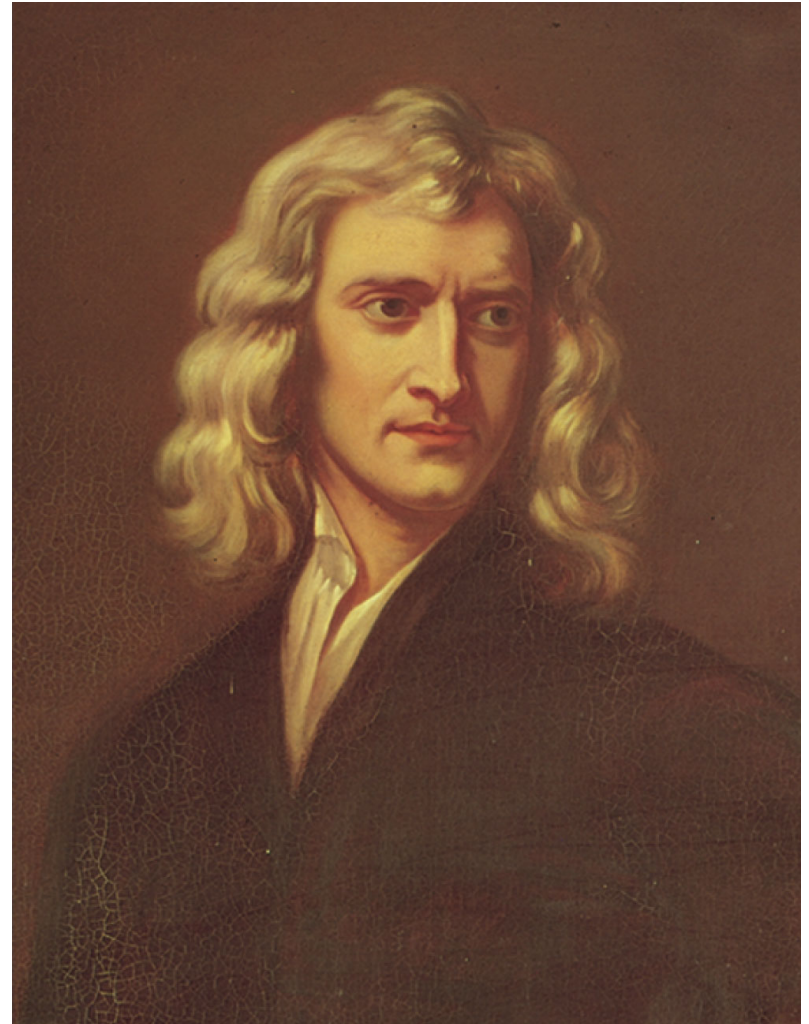
1642–1727

Διατύπωσε τους βασικούς νόμους της μηχανικής.

Ανακάλυψε τον νόμο της παγκόσμιας βαρύτητας.

Ανακάλυψε τις μαθηματικές μεθόδους του διαφορικού λογισμού.

Ερμήνευσε πολλές παρατηρήσεις σχετικά με το φως και την οπτική.



Δύναμη

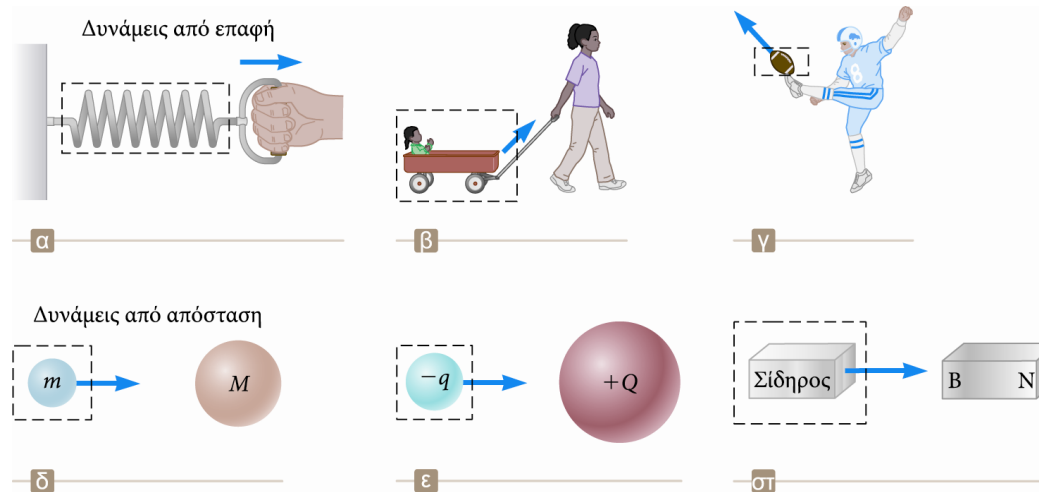
Οι δυνάμεις στην καθημερινή εμπειρία μας

- Σπρώχνουμε ένα σώμα για να το μετακινήσουμε
- Πετάμε ή κλωτσάμε μια μπάλα
- Ενδέχεται να σπρώξουμε ένα σώμα χωρίς να καταφέρουμε να το μετακινήσουμε

Οι μεταβολές στην ταχύτητα ενός σώματος προκαλούνται από δυνάμεις.

- Ορισμός του Νεύτωνα
- Η επιτάχυνση προκαλείται από μια δύναμη

Κατηγορίες δυνάμεων



Οι δυνάμεις από επαφή αναπτύσσονται κατά τη φυσική επαφή δύο σωμάτων.

- Παραδείγματα α, β, γ

Οι δυνάμεις από απόσταση δρουν μέσα στον κενό χώρο.

- Δεν απαιτείται φυσική επαφή
- Παραδείγματα δ, ε, στ

Θεμελιώδεις δυνάμεις

Βαρυτικές δυνάμεις

- Μεταξύ σωμάτων

Ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις

- Μεταξύ ηλεκτρικών φορτίων

Ισχυρές (ή πυρηνικές) δυνάμεις

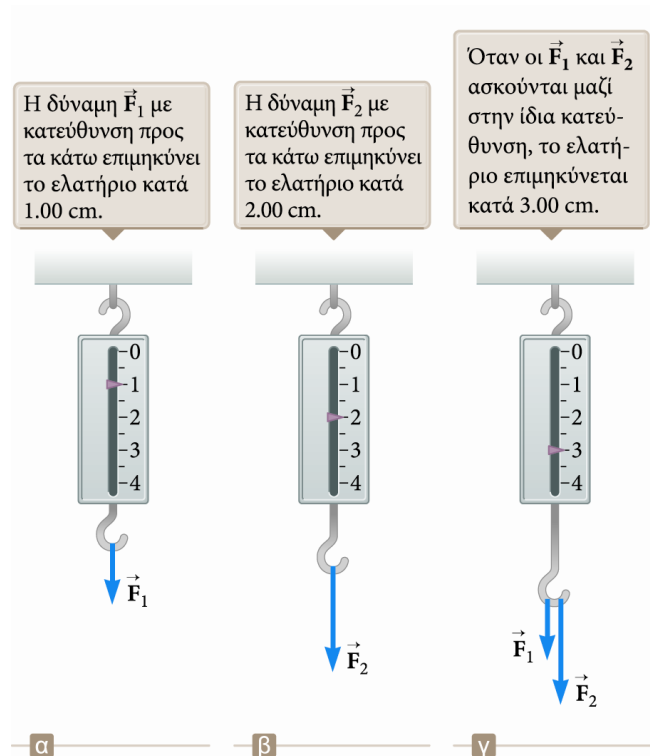
- Μεταξύ υποατομικών σωματιδίων

Ασθενείς δυνάμεις

- Αναπτύσσονται σε ορισμένες διεργασίες ραδιενεργούς διάσπασης

Σημείωση: Όλες οι θεμελιώδεις δυνάμεις είναι δυνάμεις από απόσταση.

Δυνάμεις (συνέχεια)



Μπορούμε να μετρήσουμε τη δύναμη χρησιμοποιώντας την παραμόρφωση ενός ελατηρίου.

Αν διπλασιαστεί η δύναμη, θα διπλασιαστεί και η ένδειξη της ζυγαριάς.

Όταν ασκηθούν και οι δύο δυνάμεις ταυτόχρονα, η ένδειξη θα είναι τριπλάσια της αρχικής.

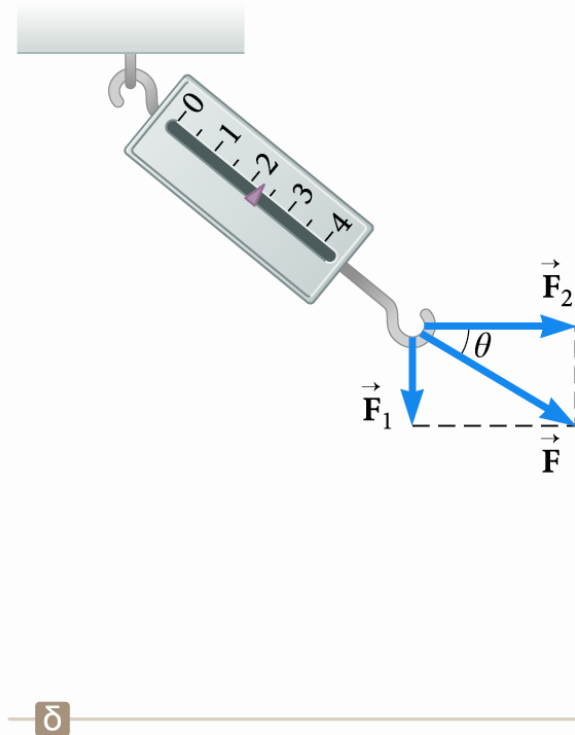
Διανυσματική φύση των δυνάμεων

Οι δυνάμεις ασκούνται κάθετα μεταξύ τους.

Η συνισταμένη δύναμη είναι η υποτείνουσα.

Οι δυνάμεις είναι διανύσματα. Άρα, για να βρείτε τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα, πρέπει να χρησιμοποιήσετε τους κανόνες της πρόσθεσης διανυσμάτων.

Όταν η \vec{F}_1 έχει κατεύθυνση προς τα κάτω και η \vec{F}_2 έχει οριζόντια κατεύθυνση, ο συνδυασμός των δύο δυνάμεων επιμηκύνει το ελατήριο κατά 2.24 cm.



Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα

Αν ένα σώμα δεν αλληλεπιδρά με άλλα σώματα, μπορούμε να ορίσουμε ένα σύστημα αναφοράς στο οποίο το σώμα έχει μηδενική επιτάχυνση.

- Ονομάζεται επίσης και *νόμος της αδράνειας*.
- Ορίζει ένα ειδικό σύνολο συστημάτων αναφοράς, τα οποία ονομάζονται *αδρανειακά συστήματα*.
 - Ένα τέτοιο σύστημα ονομάζεται ***αδρανε ακό σύστημα αναφοράς***.

Αδρανειακά συστήματα αναφοράς

Κάθε σύστημα αναφοράς που κινείται με σταθερή ταχύτητα σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα είναι και το ίδιο αδρανειακό σύστημα.

Αν εσείς επιταχύνετε σε σχέση με κάποιο σώμα σε ένα αδρανειακό σύστημα, παρατηρείτε το σώμα από ένα **μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς**.

Η καλύτερη προσέγγιση ενός αδρανειακού συστήματος είναι ένα σύστημα αναφοράς που κινείται με σταθερή ταχύτητα σε σχέση με τους μακρινούς απλανείς αστέρες.

- Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η Γη είναι ένα τέτοιο αδρανειακό σύστημα, παρόλο που στην κίνησή της υπάρχει μια μικρή κεντρομόλος επιτάχυνση.

Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα – Εναλλακτική διατύπωση

Αν δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις και οι παρατηρήσεις γίνονται από ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, τότε ένα ακίνητο σώμα θα παραμείνει σε ηρεμία και ένα σώμα που κινείται θα συνεχίσει να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

- Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα ορίζει τι συμβαίνει όταν δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις.
 - Δεν ορίζει τι συμβαίνει σε ένα σώμα με μηδενική συνισταμένη δύναμη.
- Ορίζει επίσης ότι αν σε ένα σώμα δεν ασκείται δύναμη, η επιτάχυνσή του είναι μηδενική.
- Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι κάθε απομονωμένο σώμα είτε είναι ακίνητο είτε κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Ο πρώτος νόμος μας επιτρέπει επίσης να ορίσουμε τη **δύναμη** ως **το α τ ο της μεταβολής της κ νησης ενός σώματος.**

Αδράνεια και μάζα

Η τάση ενός σώματος να προβάλλει αντίσταση στη μεταβολή της ταχύτητάς του ονομάζεται **αδράνεα**.

Η **μάζα** είναι η ιδιότητα ενός σώματος η οποία καθορίζει πόση αντίσταση προβάλλει το σώμα στις μεταβολές της ταχύτητάς του.

Οι μάζες των σωμάτων μπορούν να οριστούν συναρτήσει των επιταχύνσεων που προκαλεί μια συγκεκριμένη δύναμη η οποία ασκείται σε αυτά:

$$m_1 / m_2 \equiv a_2 / a_1$$

- Το μέτρο της επιτάχυνσης ενός σώματος είναι αντιστρόφως ανάλογο προς τη μάζα του.

Μάζα (συνέχεια)

Η μάζα είναι εγγενής ιδιότητα ενός σώματος.

Η μάζα είναι ανεξάρτητη από το περιβάλλον του σώματος.

Η μάζα είναι ανεξάρτητη από τη μέθοδο μέτρησής της.

Η μάζα είναι βαθμωτό μέγεθος.

- Ακολουθεί τους κανόνες της απλής αριθμητικής.

Η μονάδα της μάζας στο σύστημα SI είναι το χιλιόγραμμα (kg).

Μάζα και βάρος

Η μάζα και το βάρος είναι δύο διαφορετικά μεγέθη.

Το βάρος ισούται με το μέτρο της βαρυτικής δύναμης που ασκείται στο σώμα.

- Μεταβάλλεται ανάλογα με τη θέση.

Παράδειγμα:

- $w_{\Gamma\eta\varsigma} = 180 \text{ lb}$, $w_{\Sigma\epsilon\lambda\eta\nu\eta\varsigma} \sim 30 \text{ lb}$
- $m_{\Gamma\eta\varsigma} = 2 \text{ kg}$, $m_{\Sigma\epsilon\lambda\eta\nu\eta\varsigma} = 2 \text{ kg}$

Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα

Όταν παρατηρούμε ένα σώμα από ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, η επιτάχυνση του σώματος είναι ανάλογη προς τη συνολική δύναμη που ασκείται σε αυτό και αντιστρόφως ανάλογη προς τη μάζα του.

- Η δύναμη είναι η αιτία της *μεταβολής* της κίνησης, την οποία μετράμε με την επιτάχυνση.
 - Μην ξεχνάτε ότι ένα σώμα μπορεί να κινείται χωρίς να ασκούνται σε αυτό δυνάμεις.
 - Μη θεωρείτε λοιπόν ότι η δύναμη είναι η αιτία της κίνησης.

Αλγεβρικά,

$$\mathbf{a}^r \propto \frac{\sum \mathbf{F}^i}{m} \rightarrow \sum \mathbf{F}^r = m\mathbf{a}^r$$

- Η σταθερά αναλογίας είναι ίση με 1 και οι ταχύτητες είναι πολύ μικρότερες από την ταχύτητα του φωτός.

Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα (συνέχεια)

Η $\sum \vec{F}$ είναι η συνολική δύναμη.

- Είναι το διανυσματικό άθροισμα, δηλαδή η συνισταμένη, όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
 - Αναφερόμαστε σε αυτή ως συνολική δύναμη, συνισταμένη δύναμη, ή μη εξισορροπημένη δύναμη.

Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα μπορεί να εκφραστεί με τη μορφή εξισώσεων συνιστωσών:

- $\sum F_x = ma_x$
- $\sum F_y = ma_y$
- $\sum F_z = ma_z$

Μην ξεχνάτε ότι το γινόμενο ma δεν είναι δύναμη.

- Το άθροισμα των δυνάμεων εξισώνεται με το γινόμενο της μάζας του σώματος και της επιτάχυνσης του.

Μονάδες δύναμης

Η μονάδα SI της δύναμης είναι το **νιούτον** (newton, N).

- $1 \text{ N} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m} / \text{s}^2$

Στο Παραδοσιακό Σύστημα των Η.Π.Α., η μονάδα της δύναμης είναι η **λίβρα** (pound, lb).

- $1 \text{ lb} = 1 \text{ slug}\cdot\text{ft} / \text{s}^2$

$$1 \text{ N} \sim \frac{1}{4} \text{ lb}$$

Δύναμη της βαρύτητας

Η δύναμη που ασκεί η Γη στα σώματα ονομάζεται δύναμη της βαρύτητας (ή βαρυτική δύναμη) \mathbf{F}_g .

Έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της Γης.

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:

$$\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$$

Το μέτρο της ονομάζεται βάρος του σώματος.

- Βάρος = $F_g = mg$

Περισσότερα για το βάρος

Επειδή το βάρος εξαρτάται από την επιτάχυνση λόγω βαρύτητας g , μεταβάλλεται ανάλογα με τη γεωγραφική θέση.

- Το g , και άρα το βάρος, είναι μικρότερο σε μεγαλύτερα ύψη.
- Αυτό ισχύει και σε άλλους πλανήτες, αλλά η τιμή του g διαφέρει από πλανήτη σε πλανήτη, άρα το βάρος του σώματος διαφέρει από πλανήτη σε πλανήτη.

Το βάρος δεν είναι εγγενής ιδιότητα του σώματος.

- Το βάρος είναι μια ιδιότητα ενός *συστήματος* αντικειμένων: του σώματος και της Γης.

Σημείωση σχετικά με τις μονάδες:

- Το χιλιόγραμμα **δεν** είναι μονάδα βάρους.
- Η ισοδυναμία $1 \text{ kg} = 2.2 \text{ lb}$ ισχύει μόνο στην επιφάνεια της Γης.

Βαρυτική μάζα και αδρανειακή μάζα

Στους νόμους του Νεύτωνα, η μάζα είναι η αδρανειακή μάζα και αποτελεί ένα μέτρο της αντίστασης που προβάλλει το σώμα στις μεταβολές της κίνησής του.

Στη δύναμη της βαρύτητας, η μάζα καθορίζει τη βαρυτική έλξη μεταξύ του σώματος και της Γης.

Σύμφωνα με τα πειράματα, η βαρυτική μάζα και η αδρανειακή μάζα έχουν την ίδια τιμή.

Ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα

Αν δύο σώματα αλληλεπιδρούν, η δύναμη $\overset{1}{\mathbf{F}}_{12}$ που ασκεί το σώμα 1 στο σώμα 2 έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη \mathbf{F}_{21} που ασκεί το σώμα 2 στο σώμα 1.

- $\overset{1}{\mathbf{F}}_{12} = -\overset{1}{\mathbf{F}}_{21}$

- Σημείωση σχετικά με τον συμβολισμό: η $\overset{1}{\mathbf{F}}_{AB}$ είναι η δύναμη που ασκεί το A στο B.

Ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα, εναλλακτική διατύπωση

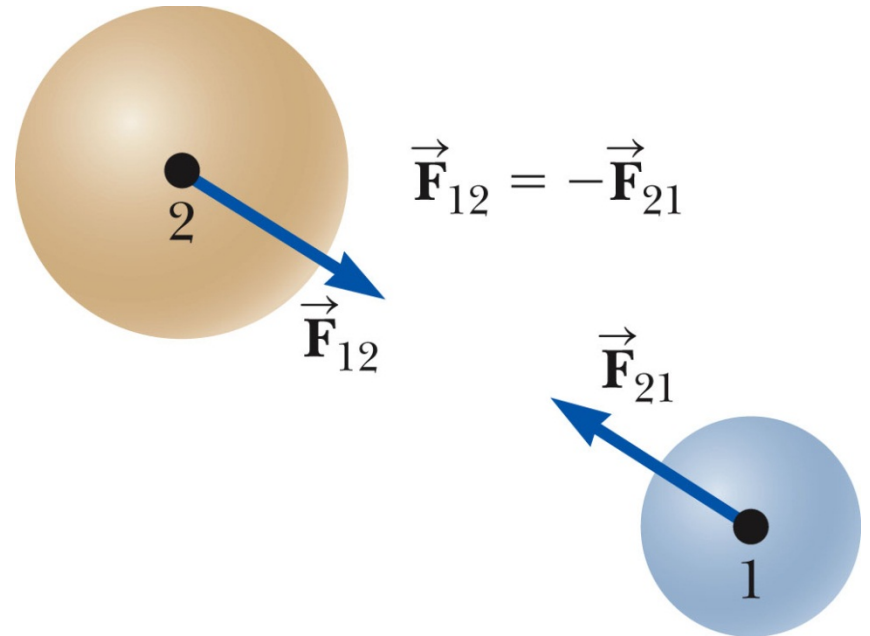
Η δύναμη της δράσης έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη της αντίδρασης.

- Η μία από τις δυνάμεις είναι η δράση, και η άλλη είναι η αντίδραση.
- Δεν έχει σημασία ποια δύναμη χαρακτηρίζεται ως δράση και ποια ως αντίδραση.
- Η δράση και η αντίδραση ασκούνται σε διαφορετικά σώματα και πρέπει να είναι του ίδιου τύπου.

Παραδείγματα δράσης-αντίδρασης (1)

Η δύναμη \vec{F}_{12} που ασκεί το σώμα 1 στο σώμα 2 έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη \vec{F}_{21} που ασκεί το σώμα 2 στο σώμα 1.

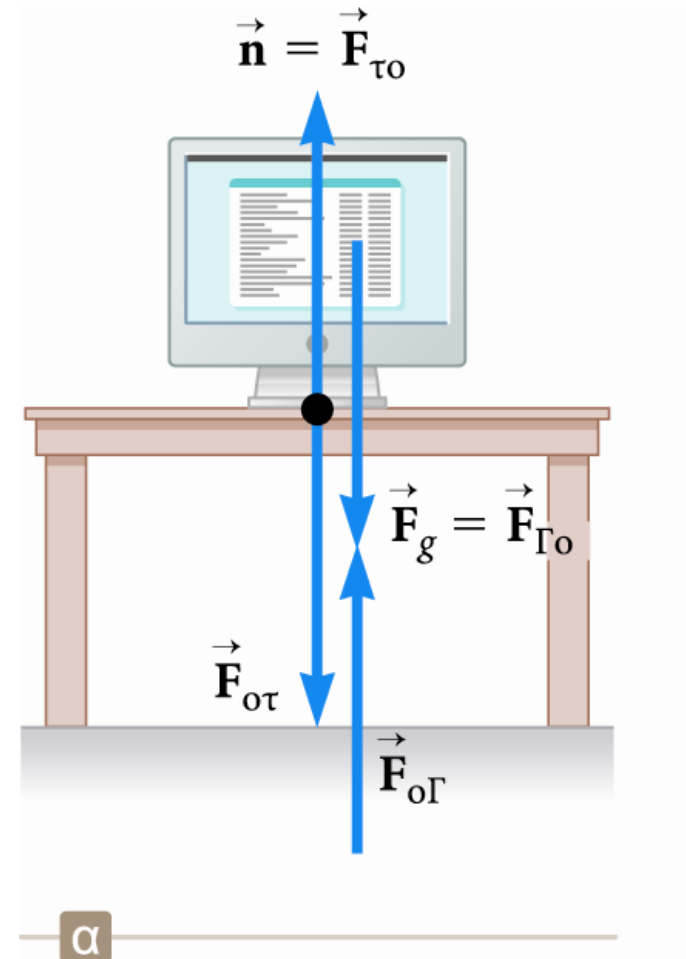
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



Παραδείγματα δράσης-αντίδρασης (2)

Η κάθετη δύναμη (που ασκεί το τραπέζι στην οθόνη) είναι η αντίδραση στη δύναμη που ασκεί η οθόνη στο τραπέζι.

Η δύναμη της δράσης (που ασκεί η Γη στην οθόνη) έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη της αντίδρασης, δηλαδή τη δύναμη που ασκεί η οθόνη στη Γη.

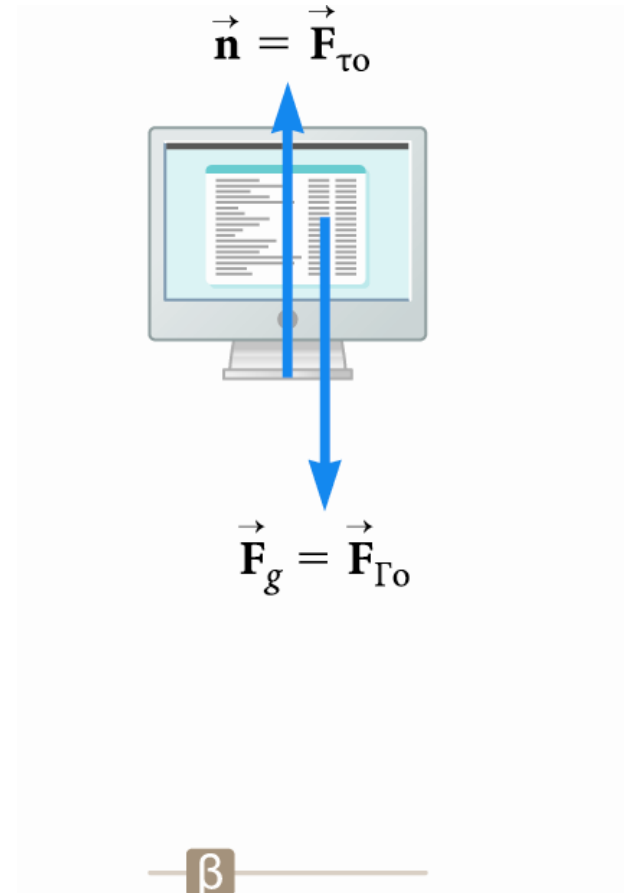


Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα

Στο διάγραμμα ελεύθερου σώματος απομονώστε τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα συγκεκριμένο σώμα.

- Μοντελοποιήστε το σώμα ως σωματίδιο.

Η κάθετη δύναμη και η δύναμη της βαρύτητας είναι οι δυνάμεις που ασκούνται στην οθόνη.



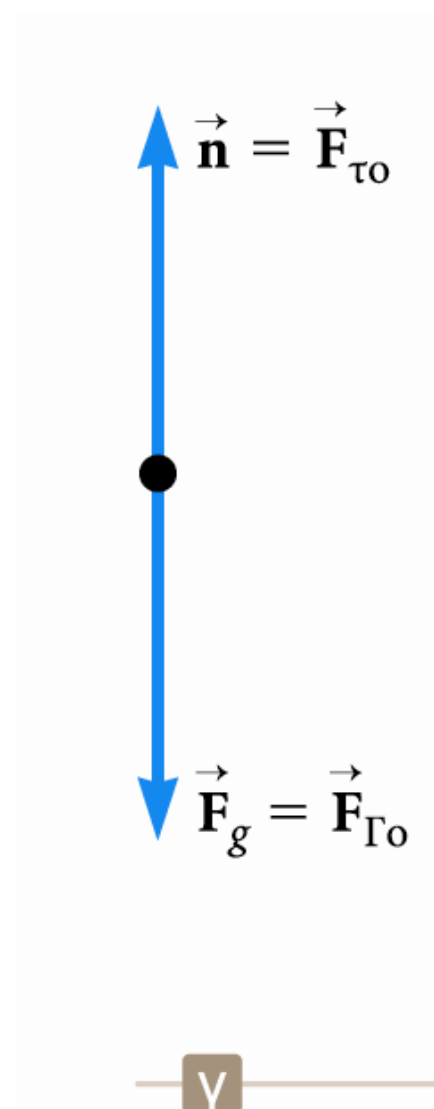
Διάγραμμα ελεύθερου σώματος

Το πιο σημαντικό βήμα στην επίλυση προβλημάτων με τους νόμους του Νεύτωνα είναι η σχεδίαση του διαγράμματος ελεύθερου σώματος.

Βεβαιωθείτε ότι σχεδιάζετε μόνο τις δυνάμεις που δρουν στο σώμα το οποίο σας ενδιαφέρει.

Συμπεριλάβετε τυχόν δυνάμεις από απόσταση που ασκούνται στο σώμα.

Μη θεωρείτε ότι η κάθετη δύναμη είναι ίση με το βάρος.



Διαγράμματα ελεύθερου σώματος και το μοντέλο σωματιδίου

Στο διάγραμμα ελεύθερου σώματος χρησιμοποιείται το μοντέλο του σωματιδίου. Το σώμα αναπαρίσταται ως τελεία.

Οι δυνάμεις που δρουν στο σώμα φαίνονται να ασκούνται στην τελεία.

Το διάγραμμα ελεύθερου σώματος μάς βοηθάει να απομονώσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να αφαιρέσουμε τις υπόλοιπες δυνάμεις από την ανάλυσή μας.

Μοντέλα ανάλυσης που βασίζονται στον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα

Υποθέσεις

- Τα σώματα μπορούν να μοντελοποιηθούν ως σωματίδια.
- Μας ενδιαφέρουν μόνο οι εξωτερικές δυνάμεις που δρουν στο σώμα.
 - Μπορούμε να αγνοήσουμε τις δυνάμεις αντίδρασης.
- Αρχικά θα θεωρούμε ότι οι επιφάνειες είναι απολύτως λείες.
- Οι μάζες νημάτων ή σκοινιών είναι αμελητέες.
 - Το σκοινί ασκεί μια δύναμη στο σώμα με κατεύθυνση παράλληλη προς το σκοινί και μακριά από το σώμα.
 - Όταν ένα σώμα είναι προσδεδμεμένο σε ένα σκοινί και έλκεται με αυτό, το μέτρο της δύναμης αυτής είναι η **τάση** του σκοινιού.

Μοντέλο ανάλυσης: Σωματίδιο σε ισορροπία

Αν η επιτάχυνση ενός σώματος που έχουμε μοντελοποιήσει ως σωματίδιο είναι μηδενική, λέμε ότι το σώμα βρίσκεται σε **ισορροπία**.

- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το *μοντέλο του σωματιδίου σε ισορροπία*.

Από μαθηματικής άποψης, η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μηδενική.

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \text{ και } \sum F_y = 0$$

Ισορροπία – Παράδειγμα

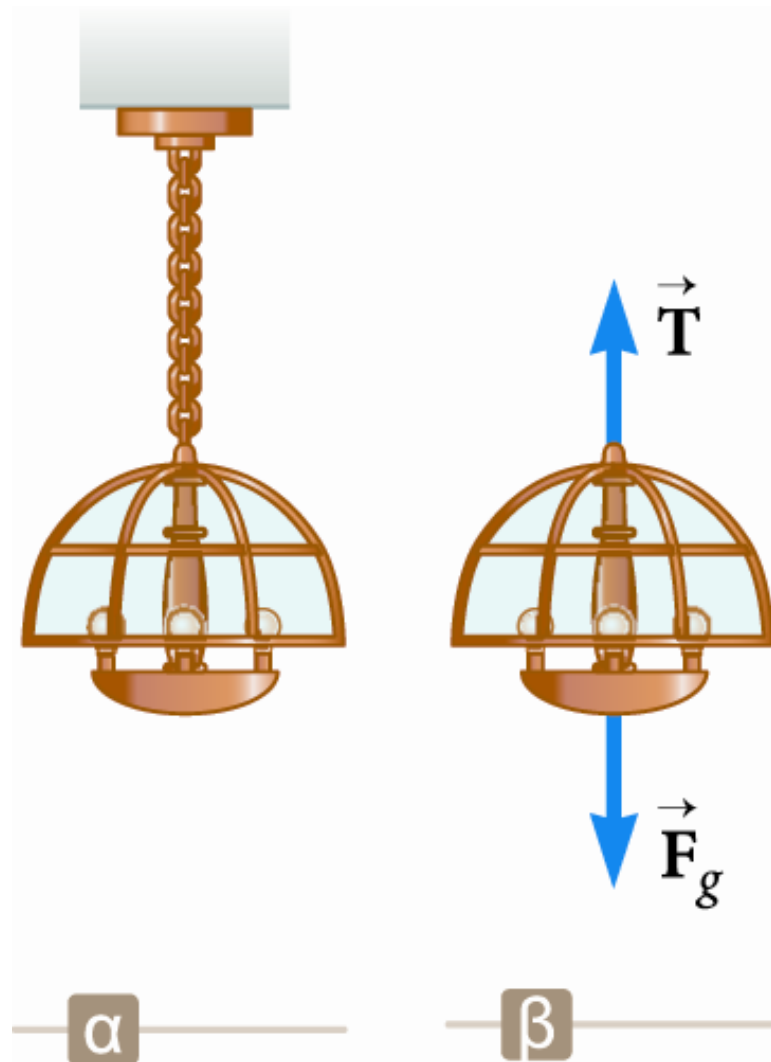
Μια λάμπα κρέμεται από μια αβαρή αλυσίδα με αμελητέα μάζα.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη λάμπα είναι:

- η βαρυτική δύναμη με κατεύθυνση προς τα κάτω
- η τάση της αλυσίδας με κατεύθυνση προς τα πάνω

Η συνθήκη της ισορροπίας δίνει

$$\sum F_y = 0 \rightarrow T - F_g = 0 \rightarrow T = F_g$$



Μοντέλο ανάλυσης: Σωματίδιο υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης

Αν ένα σώμα, το οποίο μπορεί να μοντελοποιηθεί ως σωματίδιο, επιταχύνει, τότε σε αυτό πρέπει να ασκείται μια μη μηδενική συνισταμένη δύναμη.

- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το *μοντέλο του σωματιδίου υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης*.

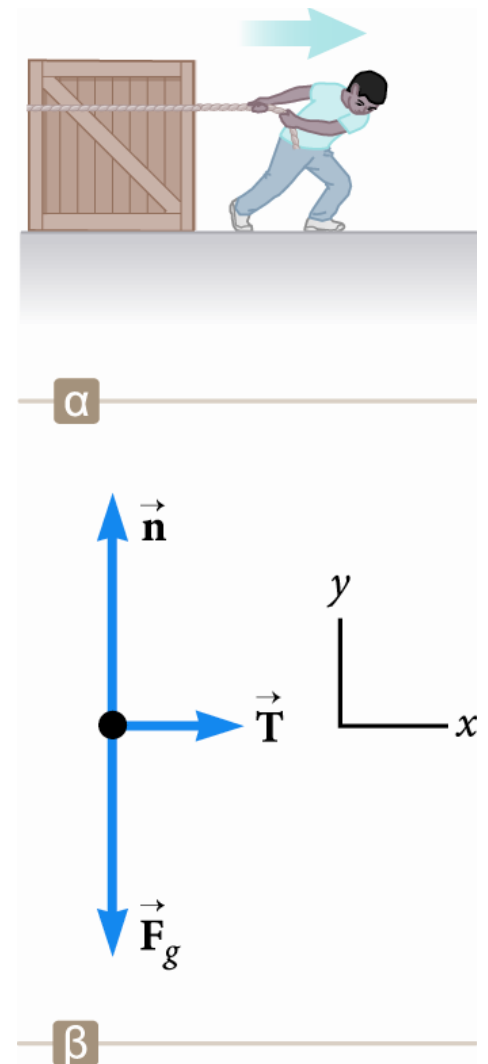
Σχεδιάζουμε το διάγραμμα ελεύθερου σώματος.

Εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα σε μορφή συνιστωσών.

Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα – Παράδειγμα 1

Στο κιβώτιο ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Η τάση, η οποία ασκείται μέσω του σκοινιού, είναι ίση με το μέτρο της δύναμης \vec{T}
- Η βαρυτική δύναμη \vec{F}_g
- Η κάθετη δύναμη \vec{n} που ασκεί το δάπεδο



Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα – Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

Εφαρμόστε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα σε μορφή συνιστωσών:

$$\sum F_x = T = ma_x$$

$$\sum F_y = n - F_g = 0 \rightarrow n = F_g$$

Λύστε ως προς τις άγνωστες μεταβλητές.

Αν η τάση είναι σταθερή, τότε η επιτάχυνση a είναι σταθερή και μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις της κινηματικής για να περιγράψουμε πλήρως την κίνηση του κιβωτίου.

Σημείωση σχετικά με την κάθετη δύναμη

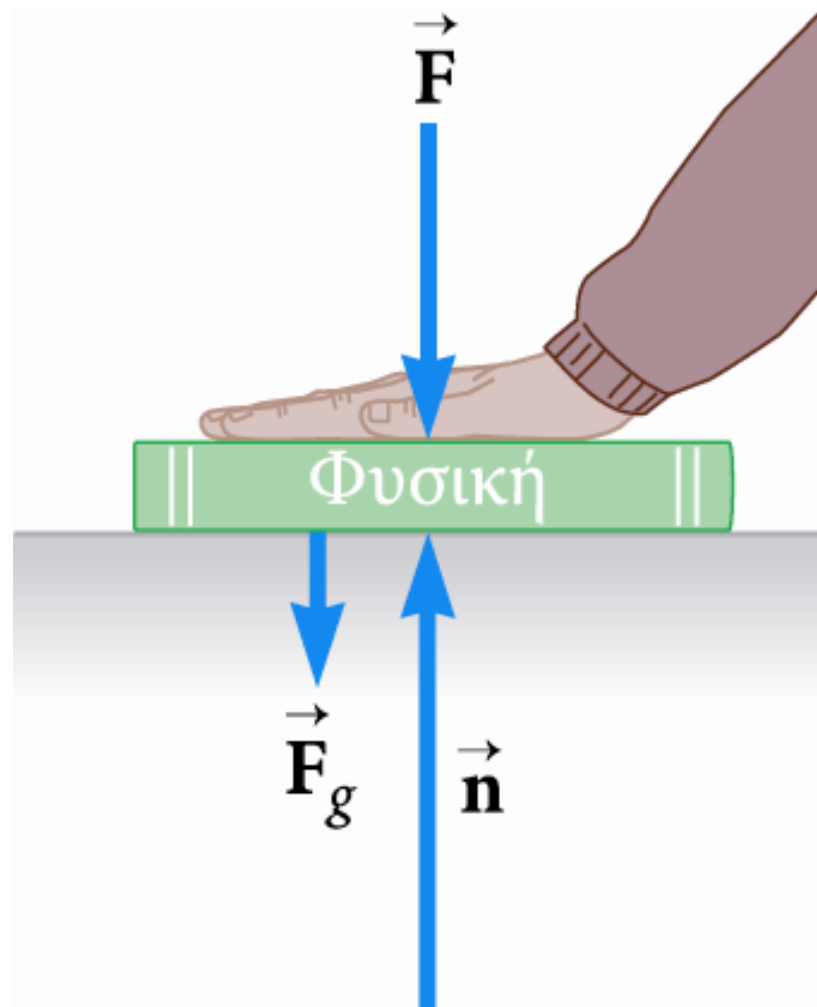
Η κάθετη δύναμη **δεν** έχει πάντα ίδιο μέτρο με τη βαρυτική δύναμη που ασκείται στο σώμα.

Για παράδειγμα, σε αυτή την περίπτωση

$$\sum F_y = n - F_g - F = 0$$

και $n = mg + F$

Η \vec{n} ενδέχεται να έχει μικρότερο μέτρο από την \vec{F}_g .



Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων – Εφαρμογή των νόμων του Νεύτωνα

Μοντελοποίηση

- Κάντε ένα σχεδιάγραμμα.
- Ορίστε ένα κατάλληλο σύστημα συντεταγμένων για κάθε σώμα.

Κατηγοριοποίηση

- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το μοντέλο του σωματιδίου σε ισορροπία;
 - Αν ναι, $\Sigma F = 0$
- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το μοντέλο του σωματιδίου υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης;
 - Αν ναι, $\Sigma F = ma$

Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων – Εφαρμογή των νόμων του Νεύτωνα (συνέχεια)

Ανάλυση

- Σχεδιάστε διαγράμματα ελεύθερου σώματος για κάθε σώμα.
- Συμπεριλάβετε μόνο τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.
- Βρείτε τις συνιστώσες των δυνάμεων κατά μήκος των αξόνων συντεταγμένων.
- Βεβαιωθείτε ότι οι μονάδες είναι ίδιες παντού.
- Εφαρμόστε τις κατάλληλες εξισώσεις σε μορφή συνιστωσών.
- Λύστε ως προς τις άγνωστες μεταβλητές.

Ολοκλήρωση

- Βεβαιωθείτε ότι τα αποτελέσματά σας συμφωνούν με το διάγραμμα ελεύθερου σώματος.
- Επίσης, ελέγξτε τις ακραίες τιμές των μεταβλητών.

Ισορροπία – Παράδειγμα 2

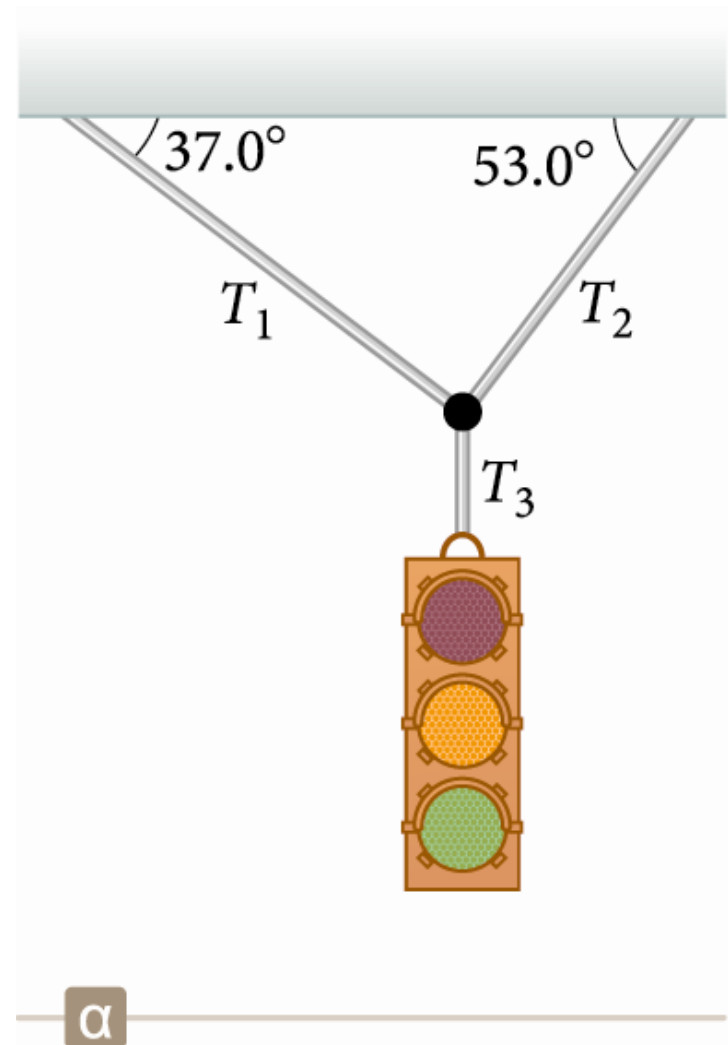
Παράδειγμα M5.4

Μοντελοποιήστε τον φωτεινό σηματοδότη.

- Υποθέστε ότι τα συρματόσκοινα δεν σπάνε.
- Υποθέστε ότι τίποτα δεν κινείται.

Κατηγοριοποιήστε το παράδειγμα ως πρόβλημα ισορροπίας.

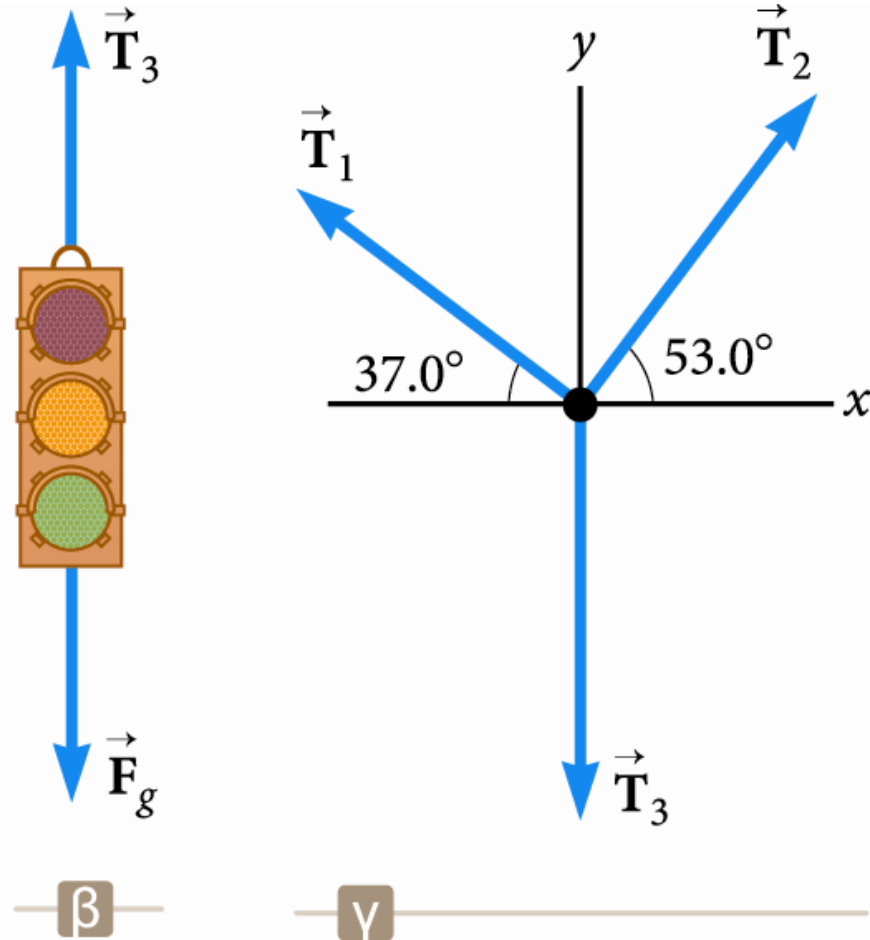
- Δεν υπάρχει κίνηση, άρα η επιτάχυνση είναι μηδενική.
- Μοντελοποιήστε τον σηματοδότη ως σωματίδιο σε ισορροπία.



Ισορροπία – Παράδειγμα 2 (συνέχεια)

Ανάλυση

- Σχεδιάστε το διάγραμμα των δυνάμεων που ασκούνται στον σηματοδότη.
- Σχεδιάστε το διάγραμμα ελεύθερου σώματος για τον κόμβο που συγκρατεί τα τρία συρματόσκοινα.
 - Μας διευκολύνει να επιλέξουμε τον κόμβο επειδή όλες οι δυνάμεις που μας ενδιαφέρουν έχουν κατευθύνσεις που διέρχονται από αυτόν.
- Εφαρμόστε τις εξισώσεις ισορροπίας στον κόμβο.



Ισορροπία – Παράδειγμα 2 (τελική διαφάνεια)

Ανάλυση (συνέχεια)

- Εφαρμόστε την εξίσωση ισορροπίας για τον σηματοδότη στη διεύθυνση του άξονα y για να βρείτε την τάση T_3 .
- Εφαρμόστε την εξίσωση ισορροπίας για τον κόμβο στις διευθύνσεις των αξόνων x και y για να βρείτε τις τάσεις T_1 και T_2 .

Ολοκλήρωση

- Φανταστείτε διάφορες μεταβολές στο σύστημα και διερευνήστε αν τα αποτελέσματα είναι λογικά.

Κεκλιμένα επίπεδα

Εφόσον το σώμα επιταχύνει, το κατηγοριοποιούμε ως σωματίδιο υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης.

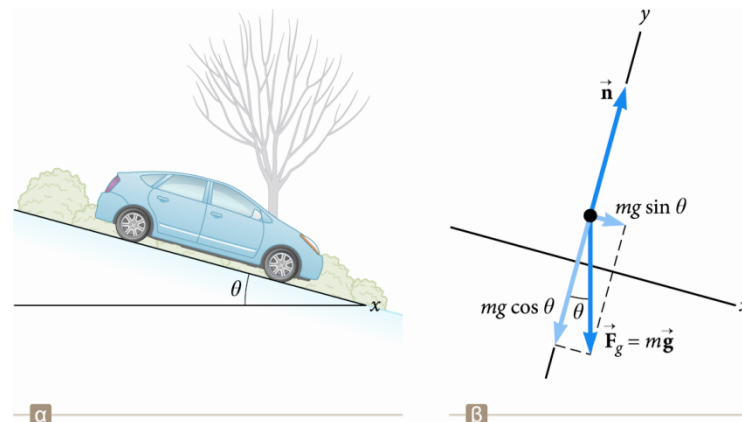
Στο σώμα ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Η κάθετη δύναμη ασκείται κάθετα στο κεκλιμένο επίπεδο.
- Η βαρυτική δύναμη είναι κατακόρυφη με κατεύθυνση προς τα κάτω.

Επιλέγουμε το σύστημα συντεταγμένων έτσι ώστε ο άξονας x να συμπίπτει με το κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας y να είναι κάθετος προς αυτό.

Αντικαθιστούμε τη δύναμη της βαρύτητας με τις συνιστώσες της.

Εφαρμόζουμε το μοντέλο του σωματιδίου υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης στη διεύθυνση του άξονα x και το μοντέλο του σωματιδίου σε ισορροπία στη διεύθυνση του άξονα y .



Περισσότερα από ένα σώματα

Όταν δύο ή περισσότερα σώματα συνδέονται μεταξύ τους ή βρίσκονται σε επαφή, μπορούμε να εφαρμόσουμε τους νόμους του Νεύτωνα στο σύστημα συνολικά και/ή σε κάθε σώμα ξεχωριστά.

Όποια μέθοδο και αν επιλέξουμε για να λύσουμε το πρόβλημα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την άλλη μέθοδο για να ελέγξουμε τα αποτελέσματα.

Περισσότερα από ένα σώματα – Παράδειγμα: Η μηχανή του Atwood

Στα σώματα ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

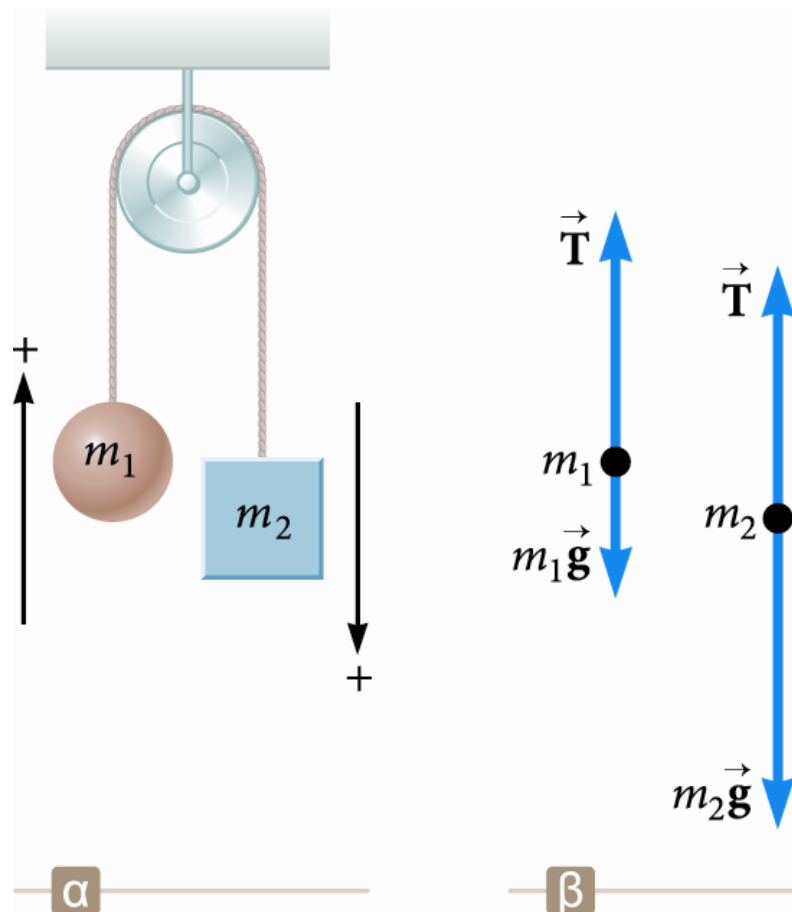
- Τάση (ίδια για τα δύο σώματα, επειδή υπάρχει ένα νήμα).
- Βαρυτική δύναμη.

Εφόσον τα σώματα συνδέονται μέσω του νήματος έχουν επιταχύνσεις ίδιου μέτρου.

Σχεδιάστε τα διαγράμματα ελεύθερου σώματος.

Εφαρμόστε τους νόμους του Νεύτωνα.

Λύστε ως προς τις άγνωστες μεταβλητές.



Μελέτη της μηχανής του Atwood

Μελετήστε τις τιμές της τάσης και της επιτάχυνσης όταν οι μάζες μεταβάλλονται.

- Σημειώστε ότι η επιτάχυνση είναι ίδια για τα δύο σώματα.
- Εφόσον η τροχαλία δεν έχει μάζα και τριβή, η τάση και στις δύο πλευρές της τροχαλίας είναι ίδια.

Κι αν...;

- Η μάζα των δύο σωμάτων είναι ίδια;
- Η μία από τις μάζες είναι πολύ μεγαλύτερη από την άλλη;

Περισσότερα από ένα σώματα – Παράδειγμα 2

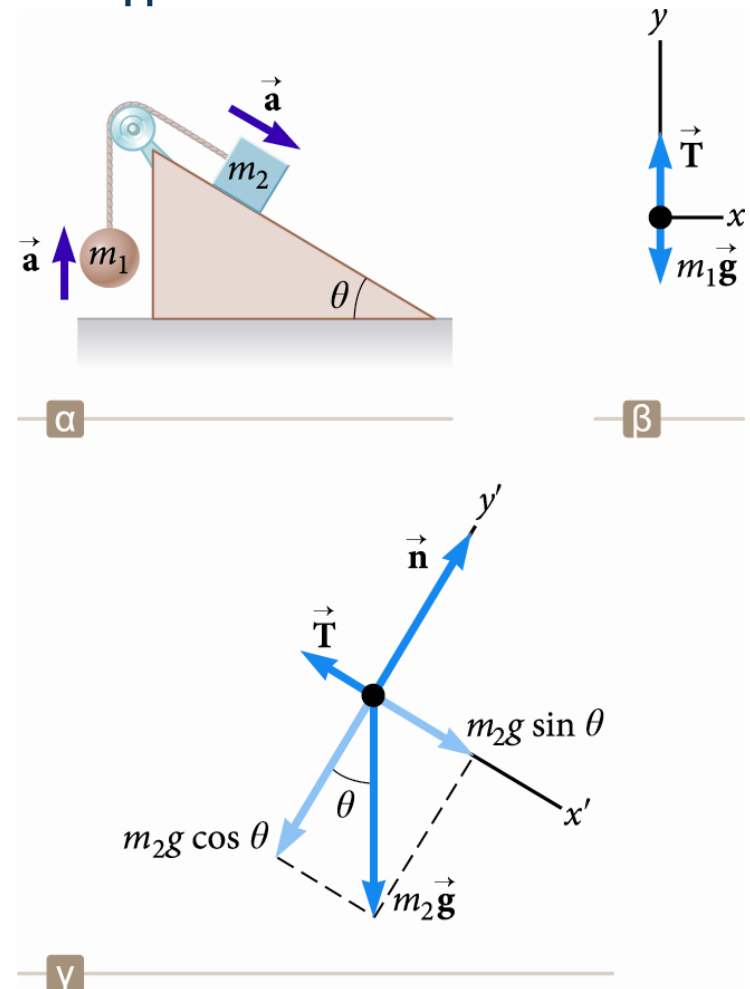
Σχεδιάστε το διάγραμμα ελεύθερου σώματος για κάθε σώμα

- Υπάρχει ένα νήμα, άρα η τάση είναι ίδια για τα δύο σώματα.
- Τα σώματα συνδέονται, άρα οι επιταχύνσεις τους έχουν ίσα μέτρα.

Κατηγοριοποιήστε τα σώματα ως σωματίδια υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης.

Εφαρμόστε τους νόμους του Νεύτωνα.

Λύστε ως προς τις άγνωστες μεταβλητές.



Δυνάμεις τριβής

Όταν ένα σώμα κινείται πάνω σε μια επιφάνεια ή μέσα σε ένα ιξώδες μέσο, συναντά αντίσταση στην κίνησή του.

- Αυτό συμβαίνει επειδή το σώμα αλληλεπιδρά με το περιβάλλον του.

Η αντίσταση ονομάζεται *δύναμη τριβής*.

Δυνάμεις τριβής (συνέχεια)

Η τριβή είναι ανάλογη προς την κάθετη δύναμη.

- $f_s \leq \mu_s n$ και $f_k = \mu_k n$
 - Το μ είναι ο **συντελεστής τριβής**.
- Οι εξισώσεις αυτές συνδέουν τα μέτρα των δυνάμεων. Δεν είναι διανυσματικές εξισώσεις.
- Για τη στατική τριβή, η ισότητα ισχύει λίγο πριν οι επιφάνειες αρχίσουν να ολισθαίνουν, δηλαδή όταν η κίνηση είναι *επικείμενη*.
- Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση, χρησιμοποιούμε την ανισότητα για τη στατική τριβή.

Δυνάμεις τριβής (τελική διαφάνεια)

Ο συντελεστής τριβής εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που έρχονται σε επαφή.

Η δύναμη της στατικής τριβής είναι γενικά μεγαλύτερη από τη δύναμη της κινητικής τριβής.

Η δύναμη τριβής είναι παράλληλη προς τις επιφάνειες που έρχονται σε επαφή και έχει φορά αντίθετη από αυτή της κίνησης.

Οι συντελεστές τριβής είναι σχεδόν ανεξάρτητοι από το εμβαδόν επαφής των επιφανειών.

Στατική τριβή

Η στατική τριβή δεν επιτρέπει στο σώμα να κινηθεί.

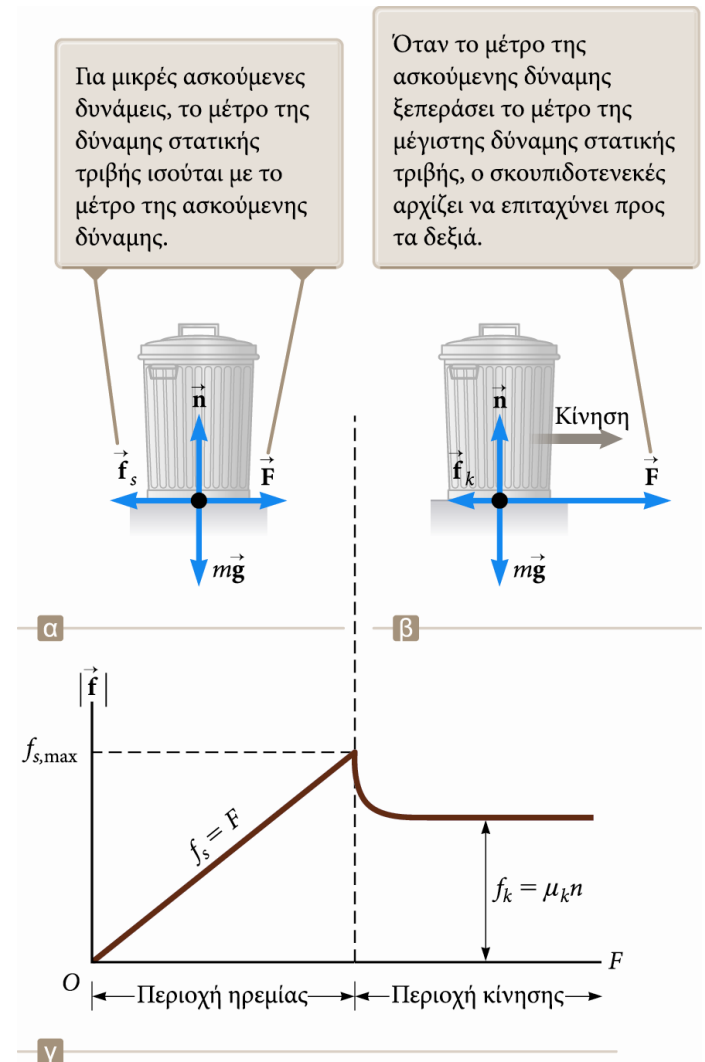
Εφόσον το σώμα δεν κινείται, $f_s = F$.

Αν αυξηθεί η F , θα αυξηθεί και η f_s

Αν μειωθεί η F , θα μειωθεί και η f_s

$$f_s \leq \mu_s n$$

- Μην ξεχνάτε ότι η ισότητα ισχύει λίγο πριν οι επιφάνειες αρχίσουν να ολισθαίνουν.

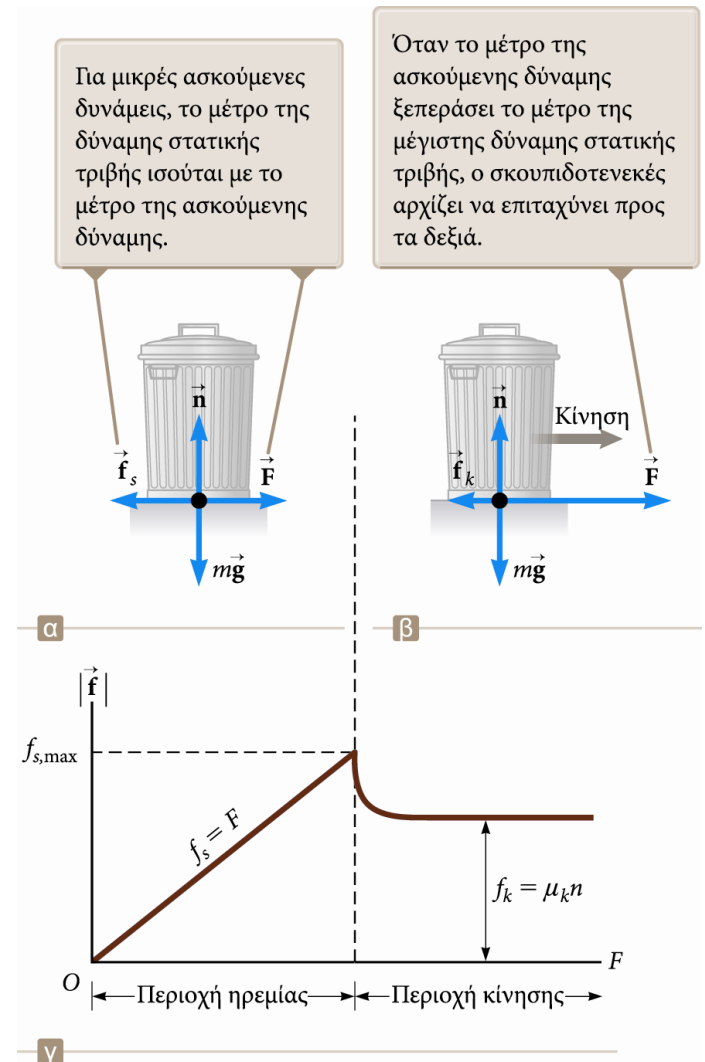


Τριβή ολίσθησης

Η δύναμη της τριβής ολίσθησης δρα όταν το σώμα κινείται.

Αν και ο συντελεστής μ_k μπορεί να μεταβάλλεται με το μέτρο της ταχύτητας, αγνοούμε αυτές τις μεταβολές.

$$f_k = \mu_k n$$



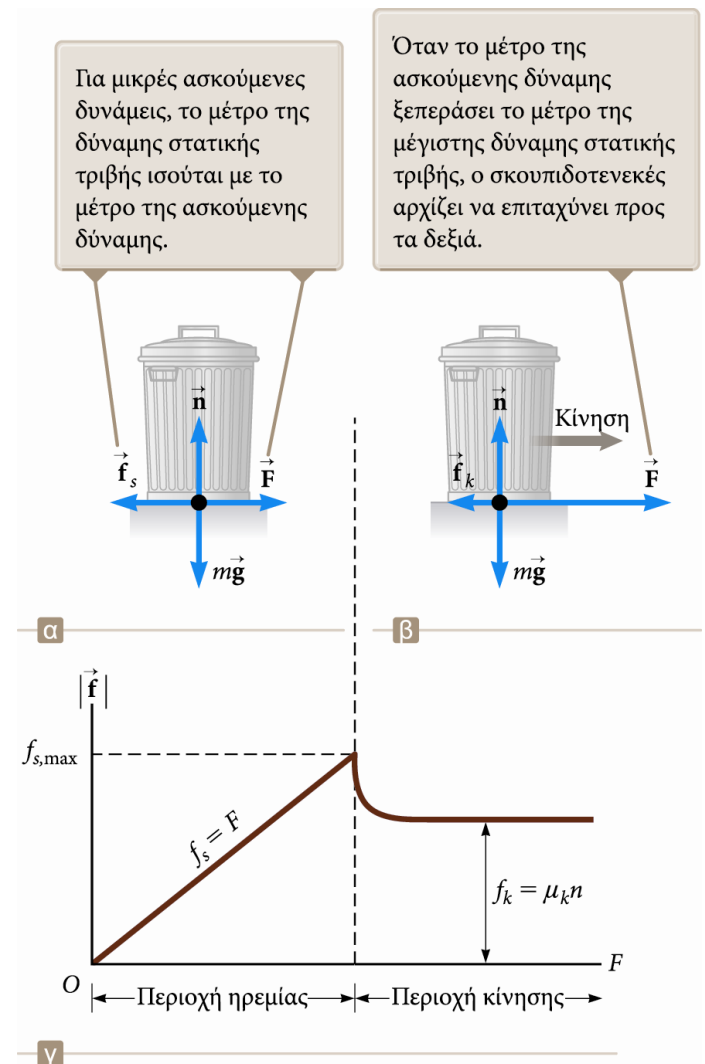
Διερεύνηση των δυνάμεων τριβής

Μεταβάλλουμε την ασκούμενη δύναμη.

Παρατηρούμε την τιμή της δύναμης τριβής.

- Συγκρίνουμε τις τιμές.

Προσέξτε τι θα συμβεί όταν ο σκουπιδοτενεκές αρχίσει να κινείται.



Μερικοί συντελεστές τριβής

ΠΙΝΑΚΑΣ Μ5.1

Συντελεστές τριβής

	μ_s	μ_k
Λάστιχο με μπετόν	1.0	0.8
Χάλυβας με χάλυβα	0.74	0.57
Αλουμίνιο με χάλυβα	0.61	0.47
Γυαλί με γυαλί	0.94	0.4
Χαλκός με χάλυβα	0.53	0.36
Ξύλο με ξύλο	0.25–0.5	0.2
Κερωμένο ξύλο με υγρό χιόνι	0.14	0.1
Κερωμένο ξύλο με ξηρό χιόνι	—	0.04
Μέταλλο με μέταλλο (που έχει λιπαντικό)	0.15	0.06
Τεφλόν με τεφλόν	0.04	0.04
Πάγος με πάγο	0.1	0.03
Ανθρώπινες αρθρώσεις	0.01	0.003

Σημείωση: Όλες οι τιμές είναι προσεγγιστικές. Σε μερικές περιπτώσεις, ο συντελεστής τριβής είναι μεγαλύτερος από 1.0.

Η τριβή σε προβλήματα που λύνονται με τους νόμους του Νεύτωνα

Η τριβή είναι μια δύναμη, οπότε στους νόμους του Νεύτωνα απλώς τη συμπεριλαμβάνουμε στο $\sum \mathbf{F}$.

Οι κανόνες της τριβής μάς επιτρέπουν να προσδιορίζουμε το μέτρο και την κατεύθυνση της δύναμης τριβής.

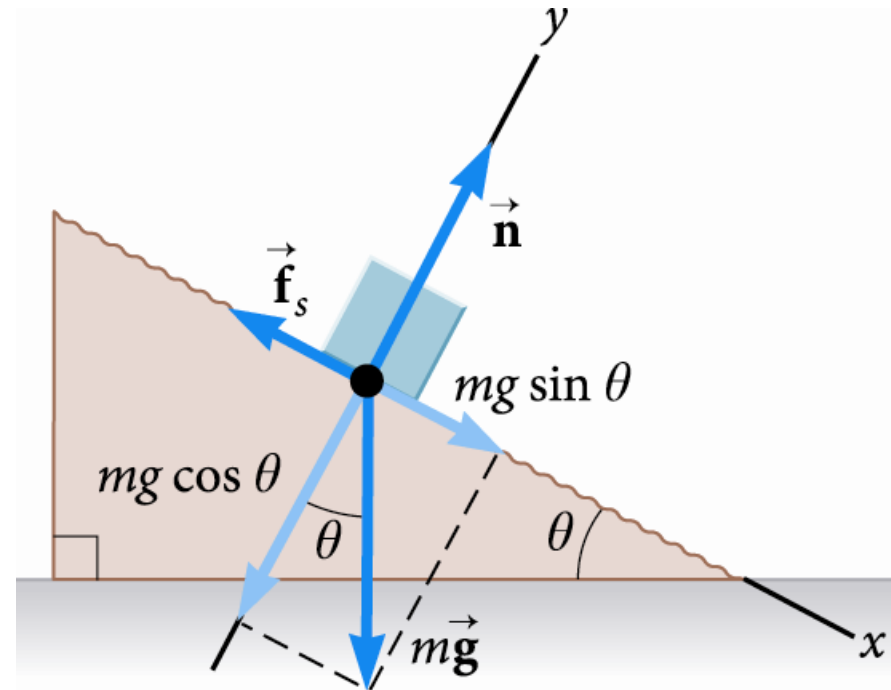
Τριβή – Παράδειγμα 1

Ο κύβος ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο προς τα κάτω, άρα η τριβή ασκείται με κατεύθυνση προς τα πάνω.

Με αυτή τη διάταξη μπορούμε να προσδιορίσουμε πειραματικά τον συντελεστή τριβής.

$$\mu = \tan \theta$$

- Για τον συντελεστή μ_s , χρησιμοποιήστε την τιμή της γωνίας στην οποία αρχίζει η ολίσθηση.
- Για τον συντελεστή μ_k , χρησιμοποιήστε την τιμή της γωνίας στην οποία ο κύβος ολισθαίνει προς τα κάτω με ταχύτητα σταθερού μέτρου.



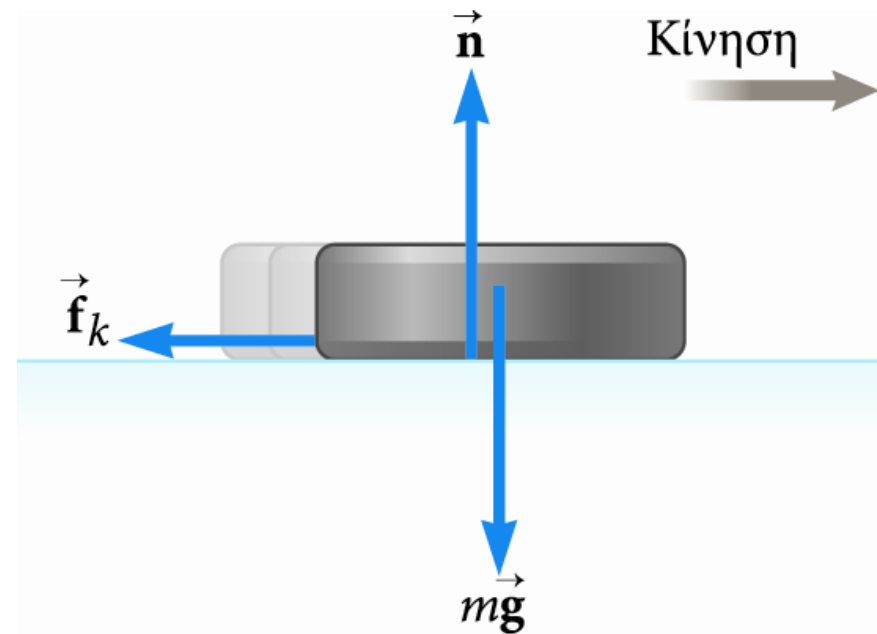
Τριβή – Παράδειγμα 2

Σχεδιάστε το διάγραμμα ελεύθερου σώματος, στο οποίο έχετε συμπεριλάβει τη δύναμη της κινητικής τριβής.

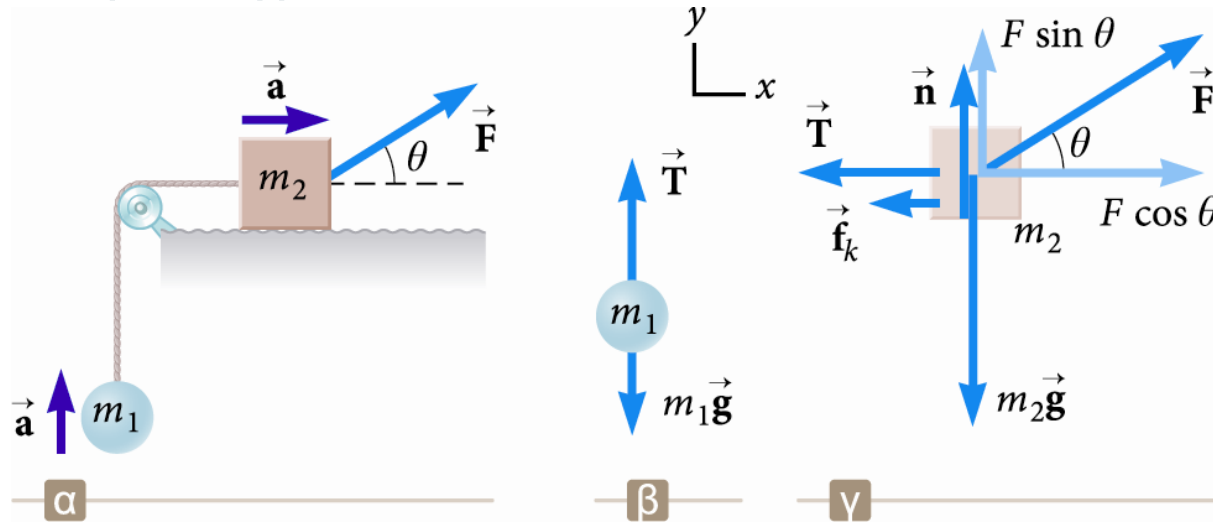
- Προβάλλει αντίσταση στην κίνηση.
- Είναι παράλληλη προς τις επιφάνειες που έρχονται σε επαφή.

Βρείτε την απάντηση χρησιμοποιώντας τους νόμους του Νεύτωνα.

Το παράδειγμα αυτό δίνει πληροφορίες για την κίνηση, με τις οποίες μπορείτε να βρείτε την επιτάχυνση που πρέπει να χρησιμοποιήσετε στους νόμους του Νεύτωνα.



Τριβή – Παράδειγμα 3



Η τριβή ασκείται μόνο στο σώμα το οποίο βρίσκεται σε επαφή με κάποια άλλη επιφάνεια.

Σχεδιάστε τα διαγράμματα ελεύθερου σώματος.

Εφαρμόστε τους νόμους του Νεύτωνα όπως σε κάθε άλλο πρόβλημα στο οποίο υπάρχει ένα σύστημα δύο ή περισσότερων σωμάτων.

Μοντέλα ανάλυσης – Σύνοψη

Σωματίδιο υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης

- Αν σε ένα σωματίδιο ασκείται μια μη μηδενική συνισταμένη δύναμη, τότε η επιτάχυνσή του συνδέεται με τη δύναμη μέσω του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα.
- Ενδέχεται να πρέπει να χρησιμοποιήσετε και το μοντέλο του σωματιδίου με σταθερή επιτάχυνση για να συσχετίσετε τη δύναμη με δεδομένα της κινηματικής.

Σωματίδιο σε ισορροπία

- Αν ένα σωματίδιο κινείται με σταθερή ταχύτητα ή η ταχύτητά του είναι μηδενική, τότε οι δυνάμεις που ασκούνται στο σωματίδιο εξισορροποούνται και ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ανάγεται σε

$$\sum \vec{F} = 0$$