Κεφάλαιο Μ2

Κίνηση σε μία διάσταση

Κινηματική

Περιγράφει την κίνηση, αγνοώντας τις αλληλεπιδράσεις με εξωτερικούς παράγοντες που ενδέχεται να προκαλούν ή να μεταβάλλουν την κίνηση.

Προς το παρόν, θα μελετήσουμε την κίνηση σε μία διάσταση.

- Ευθύγραμμη κίνηση

Η κίνηση ενός σώματος είναι η συνεχής αλλαγή της θέσης του.

Είδη κίνησης

Μεταφορική

- Παράδειγμα: Ένα αυτοκίνητο που κινείται στον δρόμο.

Περιστροφική

- Παράδειγμα: Η περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της.

Ταλάντωση

- Παράδειγμα: Η παλινδρομική κίνηση ενός εκκρεμούς.

Μοντέλο σωματιδίου

Θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο του σωματιδίου.

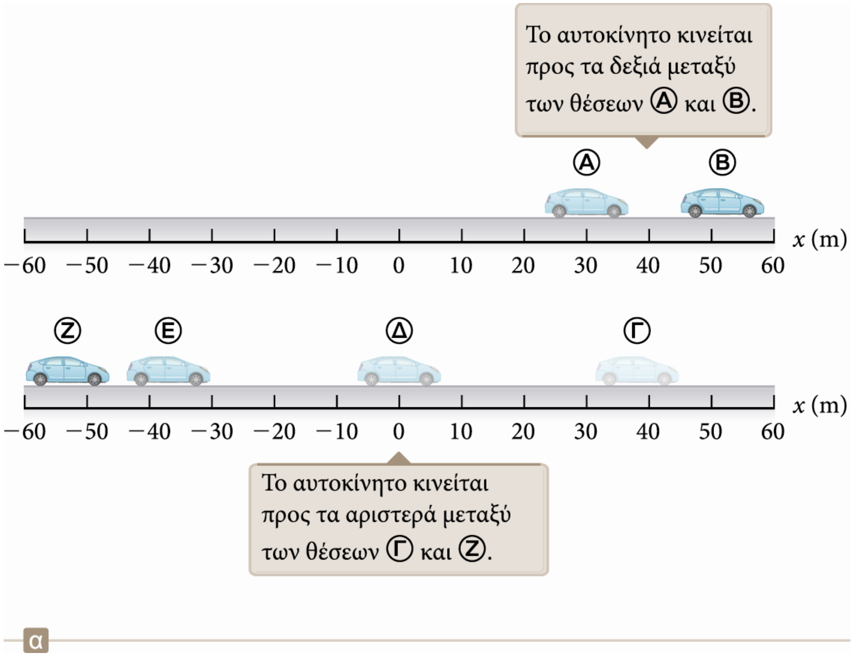
- Το σωματίδιο είναι ένα αδιάστατο σώμα, δηλαδή ένα σώμα που έχει πεπερασμένη μάζα αλλά απειροστό μέγεθος.

Θέση

Η θέση ενός σώματος είναι το σημείο που βρίσκεται σε σχέση με κάποιο επιλεγμένο σημείο αναφοράς.

- Θεωρούμε το σημείο ως αρχή ενός συστήματος συντεταγμένων.

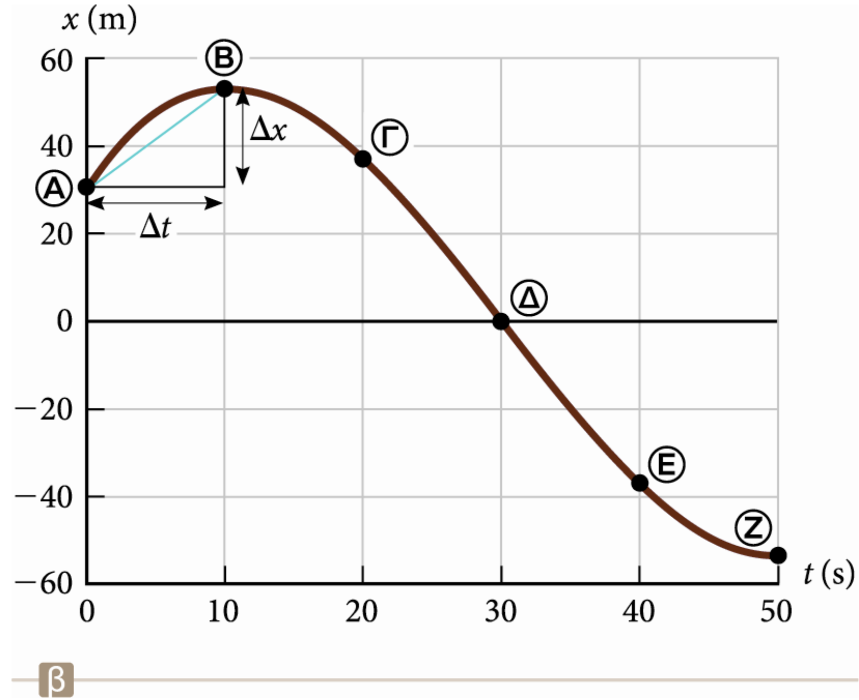
Μας ενδιαφέρει μόνο η μεταφορική κίνηση του αυτοκινήτου, οπότε το μοντελοποιούμε ως σωματίδιο.



Γράφημα θέσης-χρόνου

Η κίνηση του σωματιδίου (αυτοκινήτου) φαίνεται στο γράφημα θέσης-χρόνου.

Η ομαλή καμπύλη είναι μια εικασία για το τι συνέβη στα διαστήματα μεταξύ των σημείων των δεδομένων.



CENGAGE Learning

Πίνακας δεδομένων

Στον πίνακα δίνονται τα πραγματικά δεδομένα που συλλέχθηκαν κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος (αυτοκινήτου).

Ορίζουμε ότι η θετική φορά είναι προς τα δεξιά.

ΠΙΝΑΚΑΣ Μ2.1

Η θέση του αυτοκινήτου σε διάφορες χρονικές στιγμές

Θέση	t (s)	x (m)
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Γ	20	38
Δ	30	0
Ⓔ	40	−37
Ⓩ	50	−53

Αναπαραστάσεις της κίνησης του αυτοκινήτου

Διάφορες αναπαραστάσεις:

- Εικονογραφική
- Γραφική
- Πινακογραφική
- Μαθηματική
  - Η μαθηματική αναπαράσταση είναι ο στόχος μας σε πολλά προβλήματα.

Η χρήση εναλλακτικής αναπαράστασης συχνά αποτελεί μια εξαιρετική στρατηγική για να κατανοήσουμε ένα πρόβλημα.

- Για παράδειγμα, συγκρίνετε τις διαφορετικές αναπαραστάσεις της κίνησης.

Εναλλακτικές αναπαραστάσεις

Η χρήση εναλλακτικής αναπαράστασης συχνά αποτελεί μια εξαιρετική στρατηγική για να κατανοήσουμε ένα πρόβλημα.

- Για παράδειγμα, στο πρόβλημα του αυτοκινήτου χρησιμοποιήσαμε πολλές αναπαραστάσεις.
  - Εικονογραφική αναπαράσταση
  - Γραφική αναπαράσταση
  - Πινακογραφική αναπαράσταση

Στόχος μας είναι η μαθηματική αναπαράσταση.

Μετατόπιση

Η μετατόπιση ορίζεται ως η μεταβολή της θέσης κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος.

- Συμβολίζεται με Δx

  $\Delta x \equiv x_f - x_i$

- Οι μονάδες μέτρησης στο SI είναι τα μέτρα (m).
- Η Δx μπορεί να είναι θετική ή αρνητική.

Η μετατόπιση διαφέρει από την απόσταση.

- Απόσταση είναι το μήκος της τροχιάς που ακολουθεί ένα σωματίδιο.

Απόσταση και μετατόπιση – Παράδειγμα

Υποθέστε ότι ένας παίκτης ξεκινάει από το ένα άκρο, διατρέχει όλο το γήπεδο μέχρι το άλλο άκρο και μετά επιστρέφει εκεί από όπου ξεκίνησε.

Η απόσταση είναι διπλάσια από το μήκος του γηπέδου.

- Η απόσταση είναι πάντα θετική

Η μετατόπιση είναι ίση με μηδέν.

- $\Delta x = x_f - x_i = 0$ επειδή $x_f = x_i$

Διανυσματικά και βαθμωτά μεγέθη

Για να ορίσουμε πλήρως ένα διανυσματικό μέγεθος, πρέπει να ορίσουμε το μέτρο (μέγεθος ή αριθμητική τιμή) και την κατεύθυνσή του (δηλαδή τη διεύθυνση και τη φορά του).

- Στο κεφάλαιο αυτό, για να δηλώσουμε τη φορά ενός διανύσματος κατά μήκος της διεύθυνσής του θα χρησιμοποιούμε τα πρόσημα + και –

Τα βαθμωτά μεγέθη έχουν μόνο αριθμητική τιμή.

Μέση ταχύτητα

Η **μέση ταχύτητα** είναι ο ρυθμός της μετατόπισης.

$$v_{x,\text{μέση}} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t}$$

- Το *x* συμβολίζει την κίνηση κατά μήκος του άξονα *x*.

Έχει διαστάσεις μήκος/χρόνο [L/T].

Οι μονάδες μέτρησης στο σύστημα SI είναι τα m/s.

Είναι επίσης η κλίση της ευθείας στο γράφημα θέσης-χρόνου.

Μέση αριθμητική ταχύτητα

Η μέση αριθμητική ταχύτητα είναι βαθμωτό μέγεθος.

- Έχει τις ίδιες μονάδες μέτρησης με την ταχύτητα
- Ορίζεται ως η συνολική απόσταση/συνολικό χρόνο: $v_{\text{μέση}} \equiv \dfrac{d}{t}$

Δεν έχει κατεύθυνση και εκφράζεται πάντα ως θετικός αριθμός.

Η μέση ταχύτητα και η μέση αριθμητική ταχύτητα δεν παρέχουν πληροφορίες για τις λεπτομέρειες της διαδρομής.

Μέση αριθμητική ταχύτητα και μέτρο μέσης ταχύτητας

Η μέση αριθμητική ταχύτητα (average speed) δεν είναι το μέτρο του διανύσματος της μέσης ταχύτητας (average velocity magnitude).

- Για παράδειγμα, μια μαραθωνοδρόμος ολοκληρώνει την κούρσα της στην αφετηρία.
- Η μετατόπισή της είναι ίση με μηδέν.
- Επομένως, η μέση ταχύτητά της (average velocity) είναι ίση με μηδέν.
- Όμως, η απόσταση που διένυσε δεν είναι ίση με μηδέν, άρα η μέση αριθμητική ταχύτητά της (average speed) δεν είναι ίση με μηδέν.

Στιγμιαία ταχύτητα

Το όριο της μέσης ταχύτητας, καθώς το χρονικό διάστημα τείνει να γίνει απειροστά μικρό, ή καθώς το χρονικό διάστημα τείνει στο μηδέν.

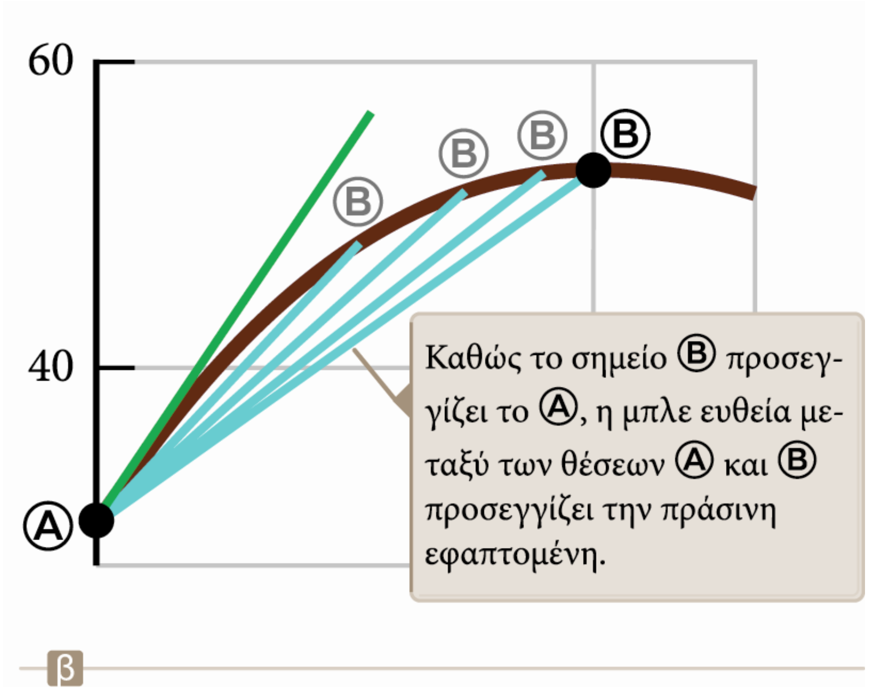
Η στιγμιαία ταχύτητα δείχνει τι συμβαίνει σε κάθε χρονική στιγμή.

Στιγμιαία ταχύτητα – Γράφημα

Η στιγμιαία ταχύτητα είναι η κλίση της εφαπτομένης της καμπύλης *x*-*t*.

- Η πράσινη ευθεία

Καθώς το Δt παίρνει μικρότερες τιμές, οι γαλάζιες ευθείες προσεγγίζουν την πράσινη ευθεία.



Σημείωση για τις κλίσεις

Η κλίση ενός γραφήματος φυσικών δεδομένων αναπαριστά τον λόγο της μεταβολής του μεγέθους που αναπαρίσταται στον κατακόρυφο άξονα προς τη μεταβολή του μεγέθους που αναπαρίσταται στον οριζόντιο άξονα.

Η κλίση έχει μονάδες.

- Εκτός αν και οι δύο άξονες έχουν τις ίδιες μονάδες.

Στιγμιαία ταχύτητα – Εξισώσεις

Η γενική εξίσωση για τη στιγμιαία ταχύτητα είναι:

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Η στιγμιαία ταχύτητα μπορεί να είναι θετική, αρνητική, ή μηδενική.

Στιγμιαία αριθμητική ταχύτητα

Η στιγμιαία αριθμητική ταχύτητα (instantaneous speed) είναι το μέτρο του διανύσματος της στιγμιαίας ταχύτητας (instantaneous velocity).

Η στιγμιαία αριθμητική ταχύτητα δεν έχει κατεύθυνση.

Σημείωση ορολογίας

Οι όροι «ταχύτητα» και «μέτρο ταχύτητας» θα αναφέρονται σε *στιγμιαίες* τιμές.

Όταν μας ενδιαφέρει η μέση ταχύτητα ή η μέση αριθμητική ταχύτητα, θα χρησιμοποιούμε πάντα το επίθετο *μέση*.

Μοντέλα ανάλυσης

Τα μοντέλα ανάλυσης αποτελούν μια σημαντική τεχνική επίλυσης προβλημάτων.

Το μοντέλο ανάλυσης περιγράφει:

- τη συμπεριφορά κάποιας φυσικής οντότητας, ή
- την αλληλεπίδραση μεταξύ της οντότητας και του περιβάλλοντος

Πρέπει να προσδιορίζετε τις βασικές λεπτομέρειες του προβλήματος και να προσπαθείτε να αναγνωρίζετε αν κάποιο από τα είδη των προβλημάτων που έχετε ήδη λύσει μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μοντέλο για το νέο πρόβλημα.

Μοντέλα ανάλυσης (*συνέχεια*)

Βασίζονται σε τέσσερα *απλοποιημένα μοντέλα*.

- Μοντέλο σωματιδίου
- Μοντέλο συστήματος
- Άκαμπτο σώμα
- Κύμα

Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων

- Προσδιορίστε το κατάλληλο μοντέλο ανάλυσης για το πρόβλημα.
- Το μοντέλο σάς δείχνει ποιες εξισώσεις μπορείτε να χρησιμοποιήσετε για να αναπαραστήσετε με μαθηματικό τρόπο το πρόβλημα.

Μοντέλο: Σωματίδιο με σταθερή ταχύτητα

Με τον όρο σταθερή ταχύτητα εννοούμε ότι η στιγμιαία ταχύτητα σε οποιαδήποτε στιγμή ενός χρονικού διαστήματος είναι ίδια με τη μέση ταχύτητα για το διάστημα αυτό.

- $v_x = v_{x,\ \text{μέση}}$
- Η μαθηματική αναπαράσταση της περίπτωσης αυτής είναι η εξίσωση

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} \quad ή \quad x_f = x_i + v_x \Delta t$$

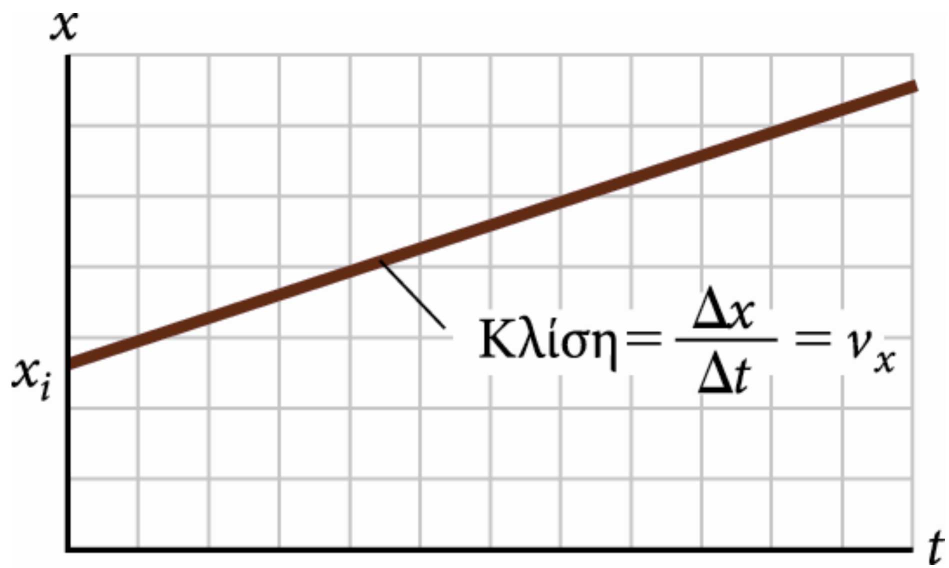
- Στην πράξη, θέτουμε $t_i = 0$ και η εξίσωση γίνεται: $x_f = x_i + v_x\, t$ (για σταθερή ταχύτητα v_x)

Σωματίδιο με σταθερή ταχύτητα – Γράφημα

Το γράφημα αναπαριστά την κίνηση ενός σωματιδίου με σταθερή ταχύτητα.

Η κλίση του γραφήματος είναι ίση με την τιμή της σταθερής ταχύτητας.

Η τομή με τον άξονα *y* (η τεταγμένη) είναι το x_i.



Μοντέλο: Σωματίδιο που κινείται με σταθερό μέτρο ταχύτητας

Ένα σωματίδιο το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα, κινείται ευθύγραμμα και με σταθερό μέτρο ταχύτητας.

Ένα σωματίδιο μπορεί επίσης να κινείται σε καμπύλη τροχιά με σταθερό μέτρο ταχύτητας.

Η περίπτωση αυτή μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα **σωματίδιο που κινείται με σταθερό μέτρο ταχύτητας.**

Η βασική εξίσωση είναι ίδια με την εξίσωση για τη μέση αριθμητική ταχύτητα, όπου η μέση αριθμητική ταχύτητα έχει αντικατασταθεί από το σταθερό μέτρο ταχύτητας.

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

Μέση επιτάχυνση

Επιτάχυνση είναι ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας.

$$a_{x,\text{μέση}} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}$$

Έχει διαστάσεις L/T^2.

Οι μονάδες μέτρησης στο SI είναι τα m/s^2.

Σε μία διάσταση, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε θετικά και αρνητικά πρόσημα για να δείξουμε την κατεύθυνσή της.

Στιγμιαία επιτάχυνση

Η στιγμιαία επιτάχυνση είναι το όριο της μέσης επιτάχυνσης καθώς το Δt τείνει στο 0.

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Με τον όρο επιτάχυνση θα εννοούμε στιγμιαία επιτάχυνση.

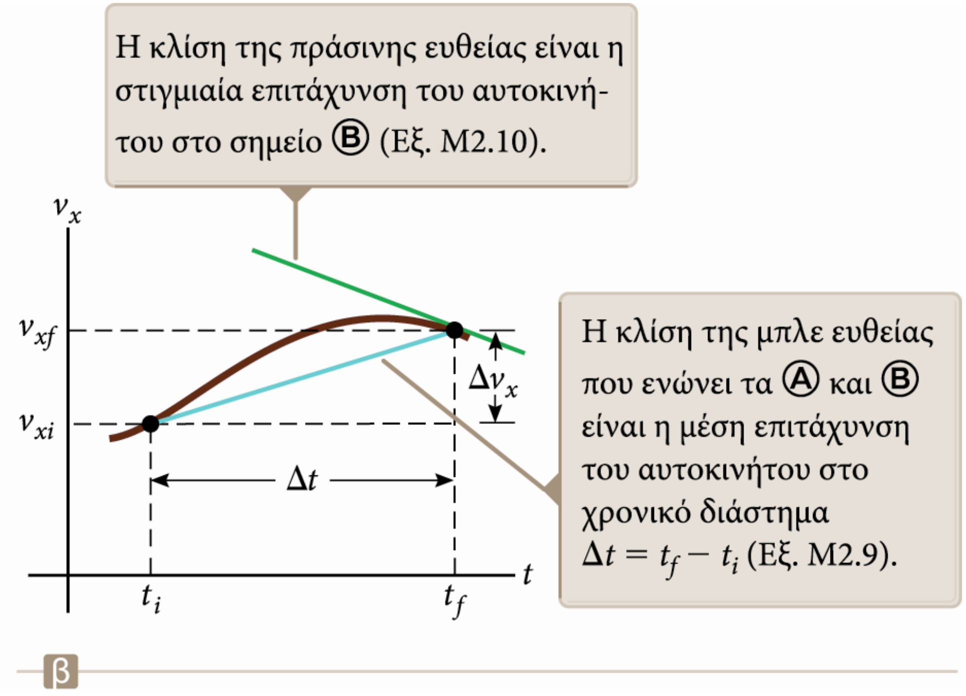
- Όταν αναφερόμαστε στη μέση επιτάχυνση, θα χρησιμοποιούμε πάντοτε το επίθετο μέση.

Στιγμιαία επιτάχυνση – Γράφημα

Η επιτάχυνση ισούται με την κλίση του γραφήματος ταχύτητας-χρόνου.

Η κλίση της πράσινης ευθείας είναι η στιγμιαία επιτάχυνση.

Η κλίση της μπλε ευθείας είναι η μέση επιτάχυνση.

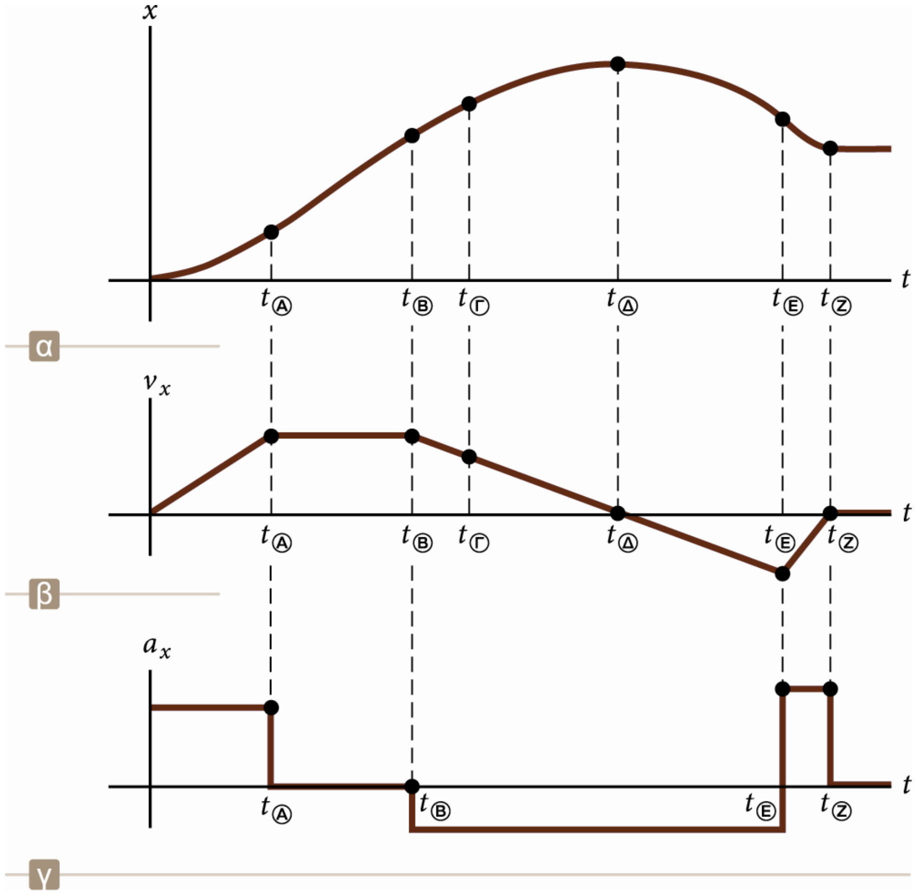


Σύγκριση γραφημάτων

Με δεδομένο το γράφημα μετατόπισης-χρόνου (α)

Βρίσκουμε το γράφημα ταχύτητας-χρόνου μετρώντας την κλίση του γραφήματος θέσης-χρόνου σε κάθε χρονική στιγμή.

Βρίσκουμε το γράφημα επιτάχυνσης-χρόνου μετρώντας την κλίση του γραφήματος ταχύτητας-χρόνου σε κάθε χρονική στιγμή.



Κατεύθυνση επιτάχυνσης και ταχύτητας

Όταν η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος έχουν την ίδια κατεύθυνση, το σώμα επιταχύνει.

Όταν η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος έχουν αντίθετη κατεύθυνση, το σώμα επιβραδύνει.

Επιτάχυνση και δύναμη

Η επιτάχυνση ενός σώματος συνδέεται με τη συνολική δύναμη που ασκείται στο σώμα.

- Η δύναμη είναι ανάλογη προς την επιτάχυνση, $F_x \propto \alpha_x$.
- Έστω ότι η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν την ίδια κατεύθυνση.
  - Η δύναμη έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα και το σώμα επιταχύνει.
- Έστω ότι η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν αντίθετη κατεύθυνση.
  - Η δύναμη και η ταχύτητα έχουν αντίθετη κατεύθυνση και το σώμα επιβραδύνει.

Σημειώσεις για την επιτάχυνση

Η αρνητική επιτάχυνση δεν σημαίνει απαραίτητα ότι το σώμα επιβραδύνει.

- Αν η επιτάχυνση και η ταχύτητα είναι αρνητικές, το σώμα επιταχύνει.

Η λέξη *επιβράδυνση* ισοδυναμεί συνειρμικά για πολλούς με μείωση της ταχύτητας.

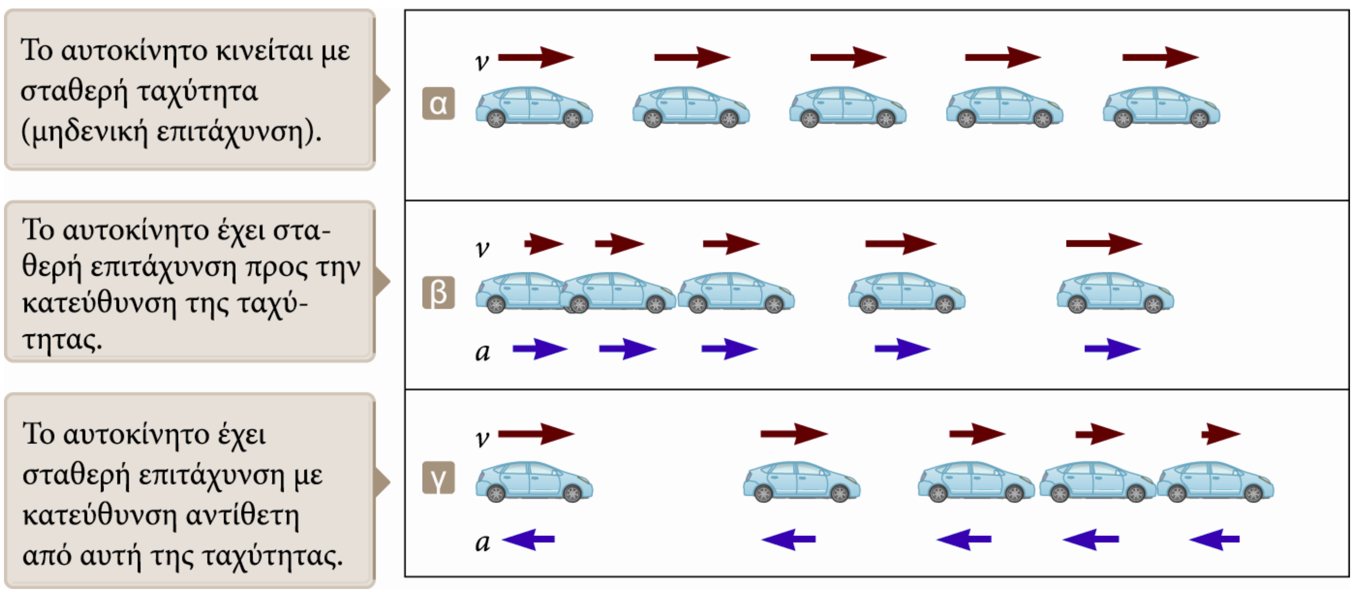
- Θα αποφύγουμε τη χρήση αυτής της λέξης στο βιβλίο.

Διαγράμματα κίνησης

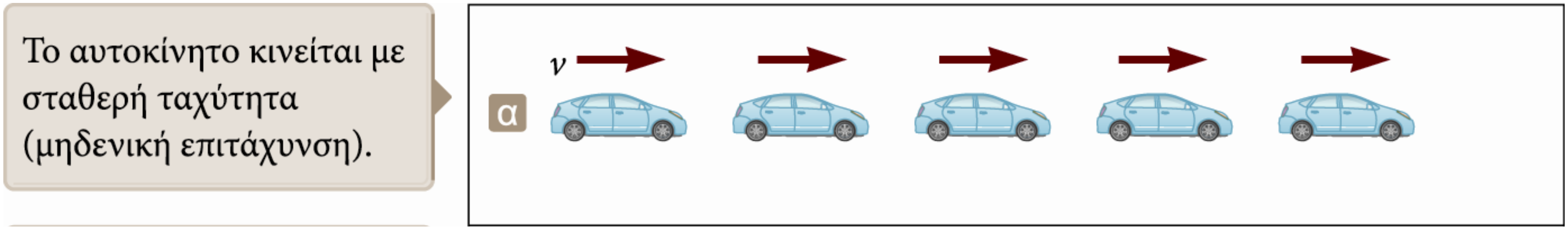
Μπορείτε να δημιουργήσετε το διάγραμμα κίνησης ενός σώματος αν φανταστείτε μια στροβοσκοπική φωτογραφία του.

Τα κόκκινα βέλη υποδεικνύουν την ταχύτητα.

Τα μοβ βέλη υποδεικνύουν την επιτάχυνση.



Σταθερή ταχύτητα

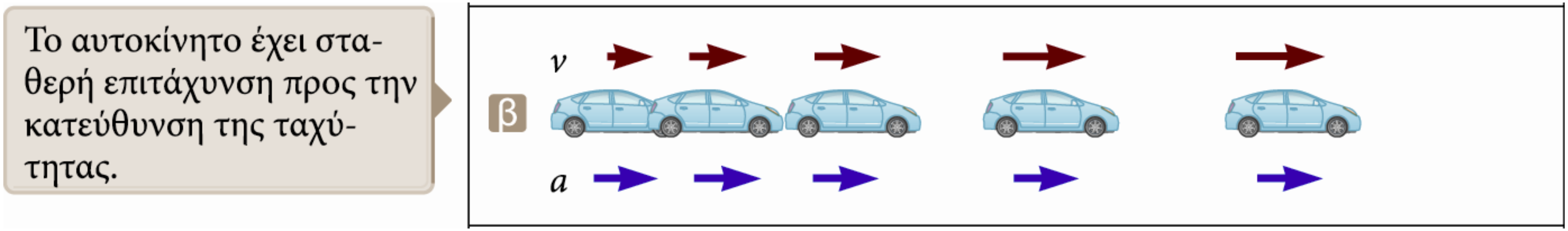


Οι εικόνες του αυτοκινήτου ισαπέχουν.

Το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή θετική ταχύτητα (φαίνεται από το γεγονός ότι τα κόκκινα βέλη έχουν σταθερό μήκος).

Η επιτάχυνση είναι μηδενική.

Επιτάχυνση και ταχύτητα (*3*)



Οι εικόνες του αυτοκινήτου απομακρύνονται μεταξύ τους με το πέρασμα του χρόνου.

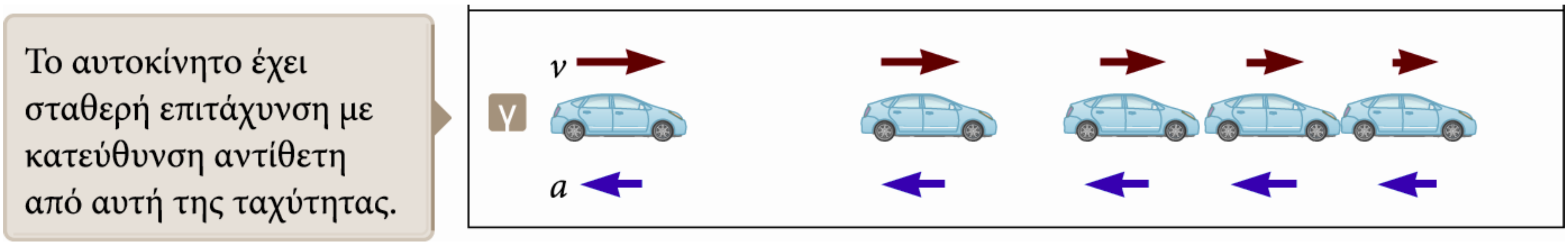
Η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν την ίδια κατεύθυνση.

Η επιτάχυνση είναι σταθερή (τα μοβ βέλη έχουν σταθερό μήκος).

Η ταχύτητα αυξάνεται (το μήκος των κόκκινων βελών αυξάνεται).

Αυτό υποδηλώνει ότι η επιτάχυνση και η ταχύτητα είναι θετικές.

Επιτάχυνση και ταχύτητα (*4*)



Οι εικόνες του αυτοκινήτου πλησιάζουν μεταξύ τους με το πέρασμα του χρόνου.

Η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν αντίθετη κατεύθυνση.

Η επιτάχυνση είναι σταθερή (τα μοβ βέλη έχουν σταθερό μήκος).

Η ταχύτητα μειώνεται (το μήκος των κόκκινων βελών μειώνεται).

Η ταχύτητα είναι θετική ενώ η επιτάχυνση είναι αρνητική.

Επιτάχυνση και ταχύτητα (*τελική διαφάνεια*)

Σε όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις, η επιτάχυνση ήταν σταθερή.

- Τα μοβ βέλη είχαν σταθερό μήκος

Τα διαγράμματα αναπαριστούν την κίνηση ενός σωματιδίου με σταθερή επιτάχυνση.

Το σωματίδιο με σταθερή επιτάχυνση είναι ένα ακόμη χρήσιμο μοντέλο ανάλυσης.

Εξισώσεις της κινηματικής

Οι εξισώσεις της κινηματικής μπορούν να χρησιμοποιηθούν για κάθε σωματίδιο που κινείται με σταθερή επιτάχυνση.

Με τις εξισώσεις της κινηματικής μπορούν να επιλυθούν όλα τα προβλήματα τα οποία περιλαμβάνουν ένα σωματίδιο που κινείται με σταθερή επιτάχυνση σε μία διάσταση.

Ίσως χρειαστεί να χρησιμοποιήσετε δύο από τις εξισώσεις για να λύσετε ένα πρόβλημα.

Πολλές φορές θα ανακαλύψετε ότι μπορείτε να βρείτε τη λύση ενός προβλήματος με περισσότερους από έναν τρόπους.

Εξισώσεις της κινηματικής (*1*)

Για σταθερή επιτάχυνση a_x

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$$

Η σχέση μάς επιτρέπει να προσδιορίζουμε την ταχύτητα ενός σώματος σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή t αν γνωρίζουμε την αρχική ταχύτητα και την επιτάχυνσή του.

- Υποθέτει ότι $t_i = 0$ και $t_f = t$

Δεν δίνει πληροφορίες για τη μετατόπιση.

Εξισώσεις της κινηματικής (*2*)

Για σταθερή επιτάχυνση,

$$v_{x,\text{μέση}} = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2}$$

Μπορούμε να εκφράσουμε τη μέση ταχύτητα ως τον αριθμητικό μέσο της αρχικής και της τελικής ταχύτητας.

- Αυτό ισχύει μόνο σε περιπτώσεις όπου η επιτάχυνση είναι σταθερή.

Εξισώσεις της κινηματικής (*3*)

Για σταθερή επιτάχυνση,

$$x_f = x_i + v_{x,\mu\acute{\varepsilon}\sigma\eta}\, t = x_i + \frac{1}{2}\left(v_{xi} + v_{fx}\right)t$$

Η εξίσωση δίνει τη θέση του σωματιδίου συναρτήσει της αρχικής και της τελικής ταχύτητάς του.

Δεν δίνει την επιτάχυνση.

Εξισώσεις της κινηματικής (*4*)

Για σταθερή επιτάχυνση,

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

Η εξίσωση δίνει την τελική θέση συναρτήσει της ταχύτητας και της επιτάχυνσης.

Δεν δίνει πληροφορίες για την τελική ταχύτητα.

Εξισώσεις της κινηματικής (*5*)

Για σταθερή επιτάχυνση *a*,

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x\left(x_f - x_i\right)$$

Η εξίσωση δίνει την τελική ταχύτητα συναρτήσει της επιτάχυνσης και της μετατόπισης.

Δεν δίνει πληροφορίες για τον χρόνο.

Η περίπτωση $a = 0$

Όταν η επιτάχυνση είναι μηδενική,

- $v_{xf} = v_{xi} = v_x$
- $x_f = x_i + v_x t$

Το μοντέλο του σωματιδίου με σταθερή επιτάχυνση ανάγεται στο μοντέλο του σωματιδίου με σταθερή ταχύτητα.

Εξισώσεις της κινηματικής – Σύνοψη

ΠΙΝΑΚΑΣ Μ2.2 *Οι εξισώσεις κινηματικής οι οποίες περιγράφουν την κίνηση ενός σωματιδίου με σταθερή επιτάχυνση*

Αριθμός εξίσωσης	**Εξίσωση**	**Πληροφορίες που παρέχει η εξίσωση**
Μ2.13	$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$	Ταχύτητα συναρτήσει του χρόνου
Μ2.15	$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$	Θέση συναρτήσει της ταχύτητας και του χρόνου
Μ2.16	$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	Θέση συναρτήσει του χρόνου
Μ2.17	$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$	Ταχύτητα συναρτήσει της θέσης

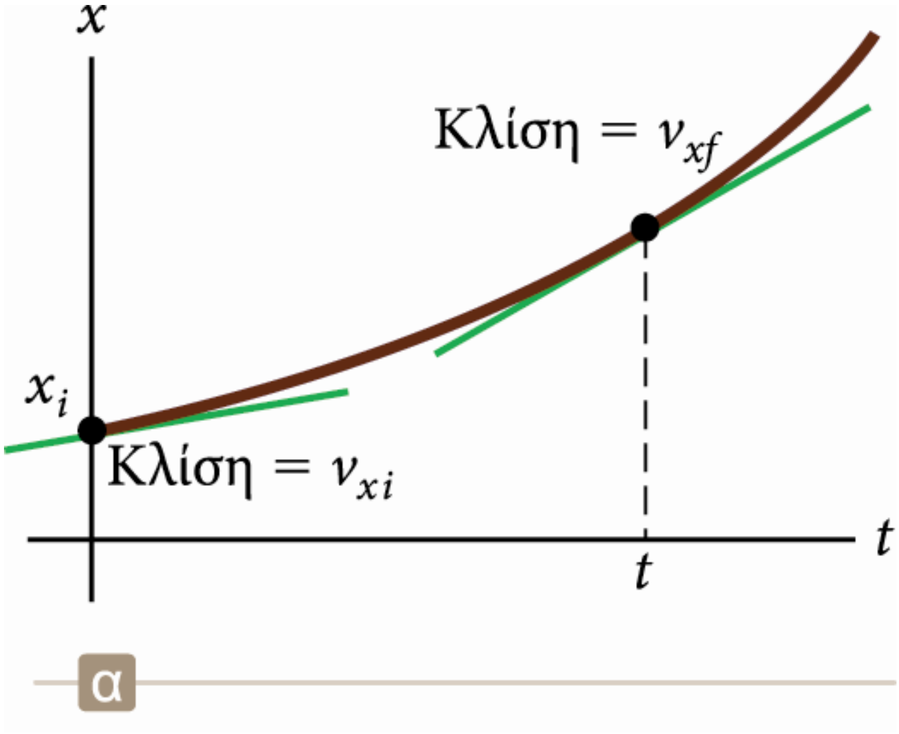
Σημείωση: Η κίνηση γίνεται κατά μήκος του άξονα x.

Γραφήματα της κίνησης: Καμπύλη μετατόπισης-χρόνου

Η κλίση της καμπύλης ισούται με την ταχύτητα.

Η καμπύλη γραμμή δείχνει ότι η ταχύτητα μεταβάλλεται.

- Άρα, υπάρχει επιτάχυνση.

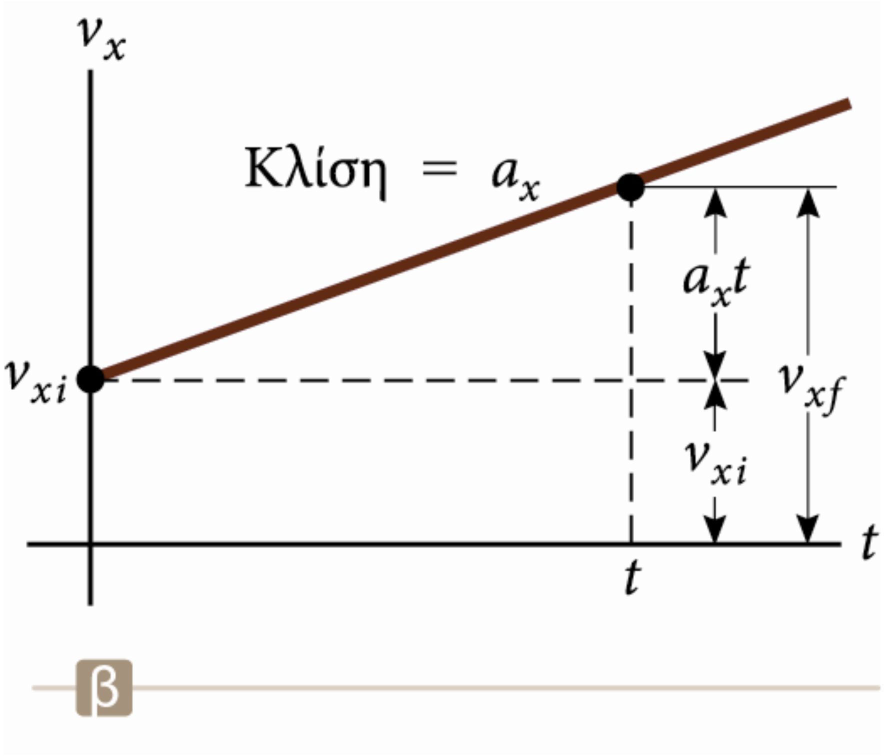


CENGAGE Learning

Γραφήματα της κίνησης: Καμπύλη ταχύτητας-χρόνου

Η κλίση δίνει την επιτάχυνση.

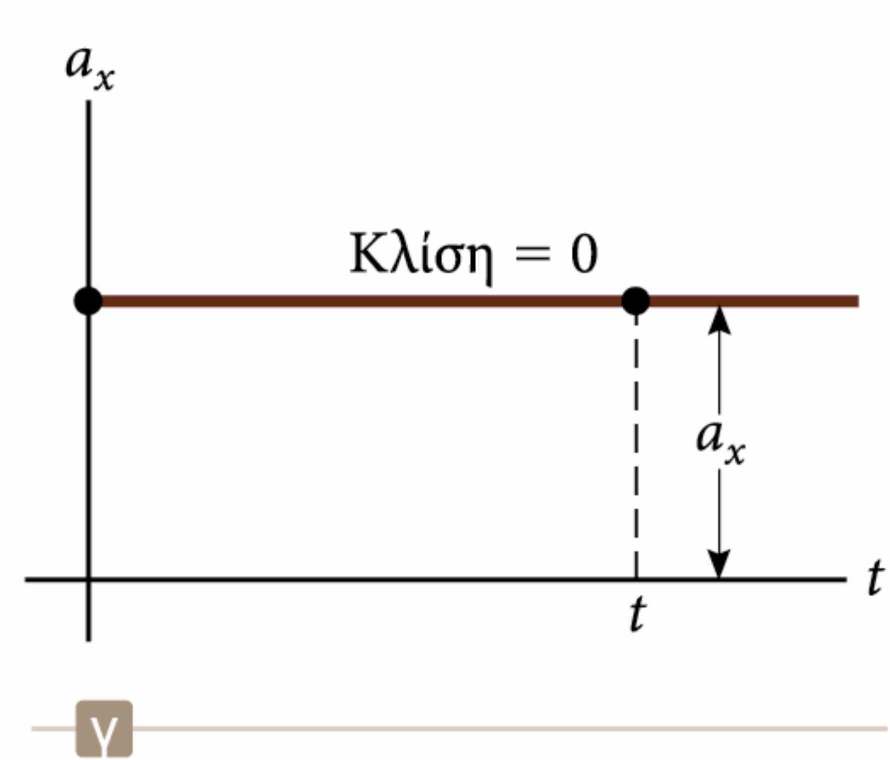
Η ευθεία υποδεικνύει ότι η επιτάχυνση είναι σταθερή.



CENGAGE Learning™

Γραφήματα της κίνησης: Καμπύλη επιτάχυνσης-χρόνου

Η μηδενική κλίση δείχνει ότι η επιτάχυνση είναι σταθερή.



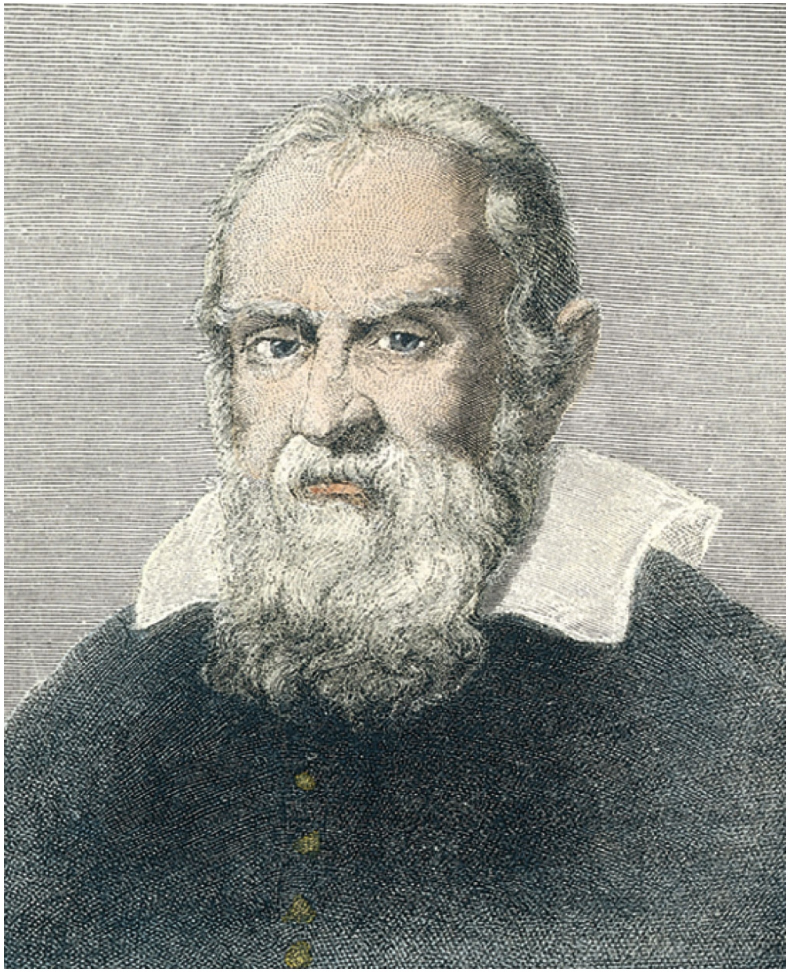
Γαλιλαίος

1564–1642

Ιταλός φυσικός και αστρονόμος

Διατύπωσε τους νόμους που διέπουν την κίνηση σωμάτων που εκτελούν ελεύθερη πτώση.

Υποστήριζε το ηλιοκεντρικό σύστημα.



Ελεύθερη πτώση σωμάτων

Ένα **σώμα σε ελεύθερη πτώση** είναι κάθε σώμα το οποίο κινείται ελεύθερα μόνο υπό την επίδραση της βαρύτητας.

Δεν εξαρτάται από την αρχική κίνηση του σώματος:

- Απελευθέρωση του σώματος από κατάσταση ηρεμίας
- Ρίψη του σώματος προς τα κάτω
- Ρίψη του σώματος προς τα πάνω

Επιτάχυνση ενός σώματος που εκτελεί ελεύθερη πτώση

Ένα σώμα που εκτελεί ελεύθερη πτώση υφίσταται μια επιτάχυνση με κατεύθυνση κατακόρυφα προς τα κάτω, ανεξάρτητα από την αρχική κίνησή του.

Το μέτρο της επιτάχυνσης ελεύθερης πτώσης, ή απλώς η επιτάχυνση της βαρύτητας, είναι $g = 9.80 \text{ m/s}^2$.

- Η τιμή του g μειώνεται όσο αυξάνεται το ύψος.
- Η τιμή του g μεταβάλλεται με το γεωγραφικό πλάτος.
- Στην επιφάνεια της Γης, η μέση τιμή του είναι 9.80 m/s^2.
- Θα χρησιμοποιούμε το πλάγιο σύμβολο g για την επιτάχυνση της βαρύτητας.
  - Μην το μπερδεύετε με το απλό σύμβολο g για τα γραμμάρια.

Επιτάχυνση ελεύθερης πτώσης (*συνέχεια*)

Θα αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα.

Η κίνηση κατά την ελεύθερη πτώση ισοδυναμεί με σταθερά επιταχυνόμενη κίνηση σε μία διάσταση.

- Θα εφαρμόσουμε το μοντέλο του σωματιδίου με σταθερή επιτάχυνση.

Η θετική κατεύθυνση είναι κατακόρυφα προς τα πάνω.

Θα χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις της κινηματικής

- Με $a_y = -g = -9.80 \text{ m/s}^2$
- Προσέξτε ότι η μετατόπιση γίνεται στην κατακόρυφη διεύθυνση.

Ελεύθερη πτώση – Ρίχνουμε ένα αντικείμενο

Η αρχική ταχύτητα είναι μηδενική.

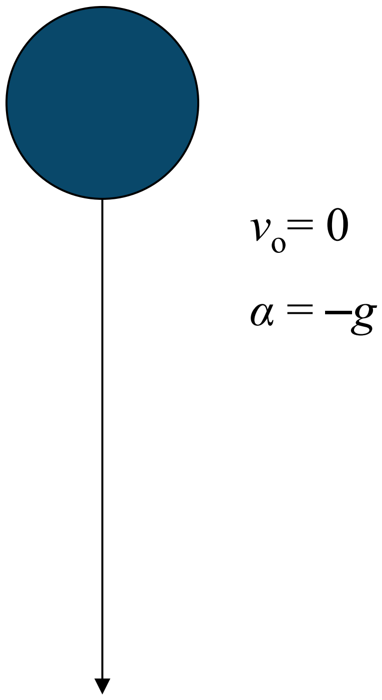
Η θετική κατεύθυνση είναι προς τα πάνω.

Χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις της κινηματικής.

- Γενικά χρησιμοποιούμε το *y* αντί για το *x* επειδή η κίνηση είναι κατακόρυφη.

Η επιτάχυνση είναι

- $a_y = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$

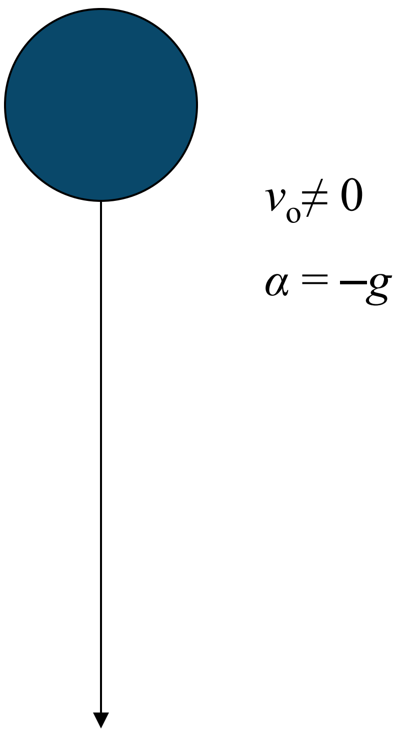


Ελεύθερη πτώση – Ρίχνουμε ένα αντικείμενο προς τα κάτω

$a_y = -g = -9.80$ m/s^2

Αρχική ταχύτητα $\neq 0$

- Αν η θετική κατεύθυνση είναι προς τα πάνω, η αρχική ταχύτητα θα είναι αρνητική.

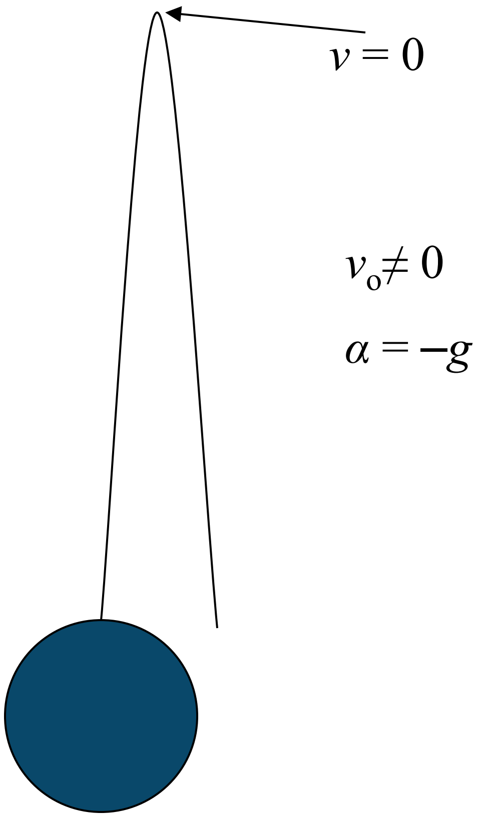


Ελεύθερη πτώση – Ρίχνουμε ένα αντικείμενο προς τα πάνω

Η αρχική ταχύτητα έχει κατεύθυνση κατακόρυφα προς τα πάνω, άρα είναι θετική.

Η στιγμιαία ταχύτητα στο μέγιστο ύψος είναι μηδενική.

Ισχύει $a_y = -g = -9.80$ m/s^2 καθ’ όλη τη διάρκεια της κίνησης.



Ελεύθερη πτώση – Ρίχνουμε ένα αντικείμενο προς τα πάνω (*συνέχεια*)

Η κίνηση είναι συμμετρική.

- Τότε, $t_{\text{πάνω}} = t_{\text{κάτω}}$
- Τότε, $v = -v_o$

Η κίνηση δεν είναι συμμετρική.

- Χωρίζουμε την κίνηση σε διάφορα μέρη.
  - Γενικά, προς τα πάνω και προς τα κάτω

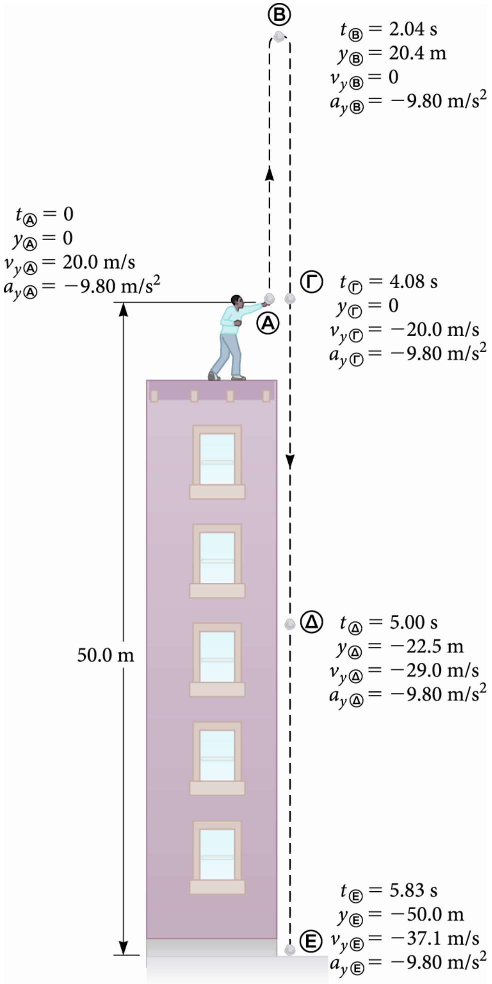
Παράδειγμα ελεύθερης πτώσης

Η αρχική ταχύτητα στο σημείο Α έχει κατεύθυνση προς τα πάνω (+) και η επιτάχυνση είναι –*g* (–9.8 m/s^2).

Στο σημείο Β, η ταχύτητα είναι ίση με 0 και η επιτάχυνση είναι –*g* (–9.8 m/s^2).

Στο σημείο Γ, η ταχύτητα έχει ίδιο μέτρο με την ταχύτητα στο Α αλλά αντίθετη κατεύθυνση.

Η μετατόπιση είναι –50.0 m (η τελική θέση της πέτρας βρίσκεται 50.0 m κάτω από την αρχική θέση).

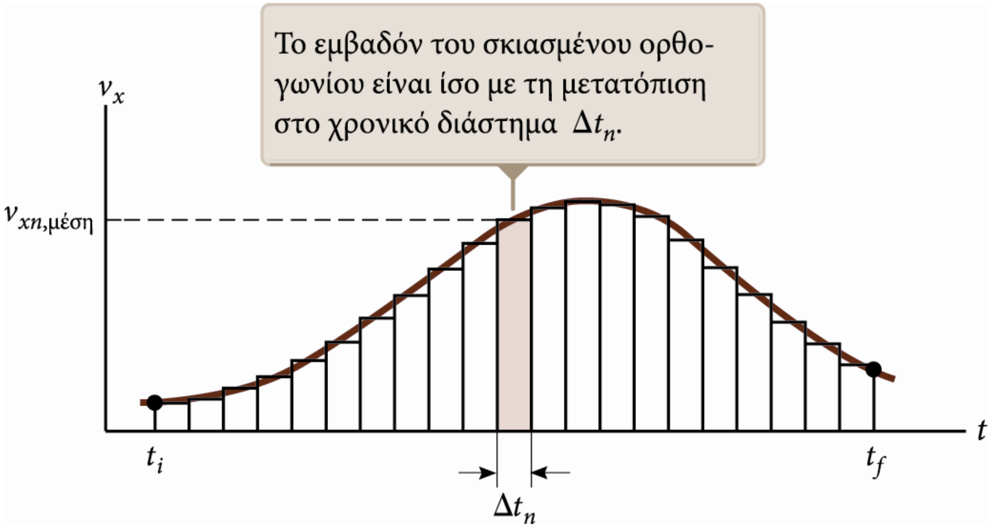


Εξαγωγή των εξισώσεων της κινηματικής με χρήση λογισμού

Η μετατόπιση ισούται με το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη ταχύτητας-χρόνου.

$$\lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n v_{xn} \Delta t_n = \int_{t_i}^{t_f} v_x(t)\,dt$$

Το όριο του αθροίσματος είναι ένα ορισμένο ολοκλήρωμα.



Εξισώσεις της κινηματικής με χρήση λογισμού – Γενική μορφή

$$\alpha_x = \frac{dv_x}{dt}$$

$$v_{xf} - v_{xi} = \int_0^t \alpha_x dt$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$x_f - x_i = \int_0^t v_x dt$$

Εξισώσεις της κινηματικής – Ολοκληρώματα

Το ολοκλήρωμα της $v_f - v_i$ δίνει

$$v_{xf} - v_{xi} = a_x t$$

Το ολοκλήρωμα της $x_f - x_i$ δίνει

$$x_f - x_i = v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

Γενική μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων

Εκτός από τις βασικές έννοιες της φυσικής, μια πολύτιμη δεξιότητα που μπορείτε να αποκτήσετε κατά τη μελέτη της φυσικής είναι η ικανότητα να λύνετε περίπλοκα προβλήματα.

Η γενική μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων έχει τα εξής βήματα:

- Μοντελοποίηση
- Κατηγοριοποίηση
- Ανάλυση
- Ολοκλήρωση

Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων – Μοντελοποίηση

Σκεφτείτε και κατανοήστε το πρόβλημα.

Κάντε ένα πρόχειρο σχεδιάγραμμα που θα απεικονίζει την κατάσταση.

Επικεντρωθείτε στις αριθμητικές πληροφορίες.

- Συμπεριλάβετε αλγεβρικές πληροφορίες αναζητώντας φράσεις-κλειδιά.

Στρέψτε την προσοχή σας στη μορφή που θα πρέπει να έχει το αποτέλεσμα.

- Ελέγξτε τις μονάδες.

Σκεφτείτε μια λογική απάντηση του προβλήματος.

Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων – Κατηγοριοποίηση

Απλοποιήστε το πρόβλημα.

- Μπορείτε να αγνοήσετε την αντίσταση του αέρα;
- Μοντελοποιήστε τα σώματα ως σωματίδια.

Κατηγοριοποιήστε το πρόβλημα.

- Πρόβλημα αντικατάστασης
- Πρόβλημα ανάλυσης

Προσπαθήστε να βρείτε παρόμοια προβλήματα που έχετε ήδη λύσει.

- Ποιο μοντέλο ανάλυσης είναι κατάλληλο για το πρόβλημα;

Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων – Ανάλυση

Επιλέξτε τις σχετικές εξισώσεις που μπορείτε να εφαρμόσετε.

Λύστε ως προς την άγνωστη μεταβλητή.

Αντικαταστήστε στις εξισώσεις τις κατάλληλες τιμές.

Υπολογίστε τα αποτελέσματα.

- Συμπεριλάβετε τις μονάδες

Στρογγυλοποιήστε το αποτέλεσμα στο κατάλληλο πλήθος σημαντικών ψηφίων.

Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων – Ολοκλήρωση

Ελέγξτε το αποτέλεσμά σας.

- Έχει τις σωστές μονάδες;
- Συμφωνεί με αυτό που περιμένατε από τη μοντελοποίηση του προβλήματος;

Εξετάστε ακραίες περιπτώσεις για να βεβαιωθείτε ότι το αποτέλεσμα είναι εύλογο.

Συγκρίνετε το πρόβλημα με άλλα παρόμοια προβλήματα.

Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων – Τελικές ιδέες

Στην περίπτωση που επιχειρείτε να λύσετε ένα σύνθετο πρόβλημα, ίσως χρειαστεί να το χωρίσετε σε μια σειρά υποπροβλημάτων και να εφαρμόσετε τη μεθοδολογία επίλυσης σε καθένα από αυτά.

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα βήματα αυτά ως οδηγό για την επίλυση προβλημάτων σε αυτό το βιβλίο.