Φυσική
για Επιστήμονες και Μηχανικούς

Εισαγωγή και Κεφάλαιο Μ1 – Φυσική και μετρήσεις

CENGAGE Learning™

Φυσική

Θεμελιώδης επιστήμη

- Ασχολείται με τις βασικές αρχές του σύμπαντος.
- Αποτελεί τη βάση γι' άλλες επιστήμες.
- Οι βασικές αρχές της είναι απλές.

Φυσική (*συνέχεια*)

Χωρίζεται σε έξι βασικούς κλάδους:

- Κλασική μηχανική
- Σχετικότητα
- Θερμοδυναμική
- Ηλεκτρομαγνητισμός
- Οπτική
- Κβαντική μηχανική

Κλασική φυσική

Οι τομείς της μηχανικής και του ηλεκτρομαγνητισμού είναι βασικοί για όλους τους υπόλοιπους κλάδους της κλασικής και της σύγχρονης φυσικής.

Κλασική φυσική

- Αναπτύχθηκε πριν από το 1900.
- Σε αυτή τη θεματική ενότητα θα ασχοληθούμε με την κλασική μηχανική.
  - Είναι γνωστή και ως νευτώνεια μηχανική ή απλώς μηχανική.

Σύγχρονη φυσική

- 1900 μέχρι σήμερα,

Στόχοι της φυσικής

Να προσδιορίσει ένα συγκεκριμένο πλήθος θεμελιωδών νόμων που διέπουν τα φυσικά φαινόμενα.

Να εφαρμόσει τους νόμους αυτούς στην ανάπτυξη θεωριών που θα μπορούν να προβλέψουν τα αποτελέσματα μελλοντικών πειραμάτων.

Να διατυπώσει τους νόμους στη γλώσσα των μαθηματικών.

- Τα μαθηματικά γεφυρώνουν τη θεωρία με το πείραμα.

Θεωρία και πειράματα

Πρέπει να αλληλοσυμπληρώνονται.

Όταν υπάρχει κάποια ασυμφωνία, πρέπει να διατυπώνονται νέες θεωρίες ή να βελτιώνονται οι υπάρχουσες.

- Μια θεωρία μπορεί να ισχύει μόνο κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες.
  - Παράδειγμα: Η νευτώνεια μηχανική περιορίζεται στα σώματα που κινούνται αργά σε σύγκριση με την ταχύτητα του φωτός.
- Χρειάζεται να αναπτυχθεί μια πιο γενική θεωρία.

Επισκόπηση κλασικής φυσικής

Η κλασική φυσική περιλαμβάνει τις αρχές πολλών κλάδων της φυσικής, οι οποίοι αναπτύχθηκαν πριν από το 1900.

Μηχανική

- Η συνεισφορά του Νεύτωνα ήταν σημαντική.
- Οι ανακαλύψεις συνεχίστηκαν και στον 18ο αιώνα.

Θερμοδυναμική, οπτική, και ηλεκτρομαγνητισμός

- Άρχισαν να αναπτύσσονται στα τέλη του 19ου αιώνα.
- Μέχρι τότε, δεν υπήρχαν συσκευές για ελεγχόμενα πειράματα.

Σύγχρονη φυσική

Ξεκίνησε γύρω στα τέλη του 19ου αιώνα.

Κάποια φαινόμενα δεν μπορούσαν να εξηγηθούν από την κλασική φυσική.

Περιλαμβάνει τις θεωρίες της σχετικότητας και της κβαντικής μηχανικής.

Ειδική θεωρία της σχετικότητας

Περιγράφει με σαφήνεια την κίνηση σωμάτων τα οποία κινούνται με ταχύτητες που πλησιάζουν την ταχύτητα του φωτός.

Τροποποιεί τις παραδοσιακές έννοιες του χώρου, του χρόνου, και της ενέργειας.

Αποδεικνύει ότι το ανώτατο όριο της ταχύτητας που μπορεί να αναπτύξει ένα σώμα είναι η ταχύτητα του φωτός.

Αποδεικνύει ότι υπάρχει σχέση που συνδέει τη μάζα με την ενέργεια.

Κβαντική μηχανική

Διατυπώθηκε με σκοπό να περιγράψει τα φυσικά φαινόμενα σε ατομικό επίπεδο.

Οδήγησε στη δημιουργία πολλών πρακτικών συσκευών.

Μετρήσεις

Χρησιμοποιούνται για την περιγραφή των φυσικών φαινομένων.

Κάθε μέτρηση συνδέεται με ένα φυσικό μέγεθος.

Πρέπει να ορίζονται με βάση κάποιο πρότυπο.

Χαρακτηριστικά ενός προτύπου μέτρησης

- Να είναι άμεσα διαθέσιμο.
- Να έχει κάποια ιδιότητα που να μπορεί να μετρηθεί με αξιοπιστία.
- Πρέπει να δίνει τα ίδια αποτελέσματα όταν χρησιμοποιείται από διαφορετικούς ανθρώπους σε διαφορετικά μέρη.
- Δεν μπορεί να μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου.

Πρότυπα μέτρησης για τα θεμελιώδη μεγέθη

Προτυποποιημένα συστήματα

- Ορίζονται από κάποια αρχή, συνήθως ένα κυβερνητικό όργανο

Διεθνές σύστημα (Systéme International, SI)

- Ορίστηκε το 1960 από μια διεθνή επιτροπή.
- Το κύριο σύστημα που χρησιμοποιείται στο βιβλίο.

Τα θεμελιώδη μεγέθη και οι μονάδες μέτρησής τους

Μέγεθος	Μονάδα μέτρησης στο SI
Μήκος	μέτρο
Μάζα	χιλιόγραμμο
Χρόνος	δευτερόλεπτο
Θερμοκρασία	kelvin
Ηλεκτρικό ρεύμα	ampere
Φωτοβολία	candela
Ποσότητα ύλης	mole

Μεγέθη που χρησιμοποιούνται στη μηχανική

Στη μηχανική χρησιμοποιούνται τρία θεμελιώδη μεγέθη:

- Μήκος
- Μάζα
- Χρόνος

Όλα τα υπόλοιπα μεγέθη στη μηχανική μπορούν να εκφραστούν ως συνάρτηση των τριών θεμελιωδών μεγεθών.

Μήκος

Το μήκος είναι απόσταση μεταξύ δύο σημείων στον χώρο.

Μονάδα μέτρησης

- SI – μέτρο, m

Ορίζεται συναρτήσει του μέτρου – η απόσταση που διανύει το φως στο κενό μέσα σε ένα δεδομένο χρονικό διάστημα.

Στον Πίνακα Μ1.1 μπορείτε να δείτε μερικά παραδείγματα μηκών.

Μάζα

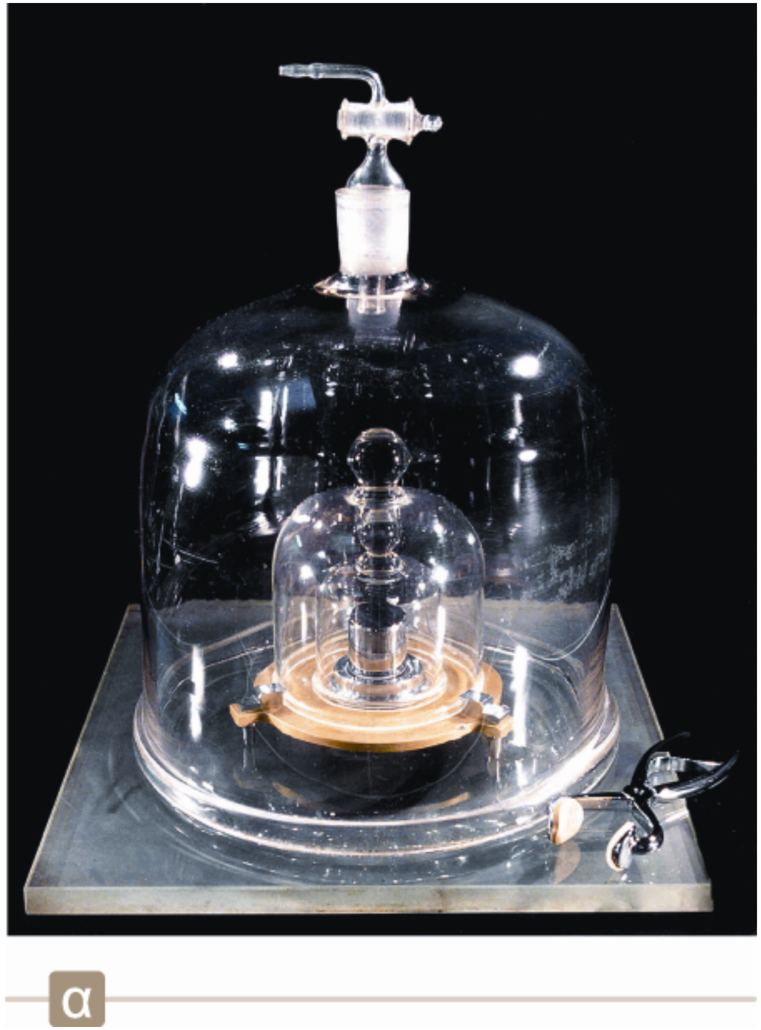
Μονάδα μέτρησης

- SI – χιλιόγραμμο, kg

Ορίζεται συναρτήσει του χιλιόγραμμου, το οποίο βασίζεται σε έναν συγκεκριμένο κύλινδρο που φυλάσσεται στο Διεθνές Γραφείο Μέτρων και Σταθμών.

Στον Πίνακα Μ1.2 μπορείτε να δείτε τις μάζες διαφόρων σωμάτων.

Πρότυπο χιλιόγραμμο



Ενότητα Μ1.1

Χρόνος

Μονάδα μέτρησης

- δευτερόλεπτο, s

Ορίζεται συναρτήσει της ταλάντωσης της ακτινοβολίας που εκπέμπει το άτομο του καισίου.

Στον Πίνακα Μ1.3 μπορείτε να δείτε τις τιμές κατά προσέγγιση για διάφορα χρονικά διαστήματα.

Λογικά αποτελέσματα

Όταν λύνετε ένα πρόβλημα, πρέπει να ελέγχετε το αποτέλεσμα για να δείτε αν είναι λογικό.

Για να κάνετε τον έλεγχο, μπορείτε να ανατρέχετε στους πίνακες που περιλαμβάνουν προσεγγιστικές τιμές μήκους, μάζας, και χρόνου.

Συμβολισμός αριθμών

Για αριθμούς με περισσότερα από τρία ψηφία, θα χρησιμοποιούμε ομάδες των τριών ψηφίων που χωρίζονται με κενά διαστήματα.

- Χωρίς τελείες ή κόμματα
- Πρότυπος διεθνής συμβολισμός

Παραδείγματα:

- 25 100
- 5.123 456 789 12

Παραδοσιακό Σύστημα των Η.Π.Α.

Εξακολουθεί να χρησιμοποιείται στις Ηνωμένες Πολιτείες, αλλά στο βιβλίο θα χρησιμοποιήσουμε το σύστημα SI

Μέγεθος	Μονάδα μέτρησης
Μήκος	πόδι (foot, ft)
Μάζα	σλαγκ (slug)
Χρόνος	δευτερόλεπτο

Προθέματα

Τα προθέματα αντιστοιχούν σε δυνάμεις του 10.

Κάθε πρόθεμα έχει συγκεκριμένο όνομα.

Κάθε πρόθεμα έχει συγκεκριμένη σύντμηση.

Τα προθέματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν με οποιαδήποτε θεμελιώδη μονάδα.

Είναι (υπο)πολλαπλάσια της θεμελιώδους μονάδας.

Παραδείγματα:

- 1 mm = 10^{-3} m
- 1 mg = 10^{-3} g

Προθέματα (*συνέχεια*)

ΠΙΝΑΚΑΣ Μ1.4 *Προθέματα για δυνάμεις του δέκα*

Δύναμη	Πρόθεμα	Σύντμηση	Δύναμη	Πρόθεμα	Σύντμηση
10^{-24}	γιοκτο	y	10^{3}	χιλιο	k
10^{-21}	ζεπτο	z	10^{6}	μεγα	M
10^{-18}	ατο	a	10^{9}	γιγα	G
10^{-15}	φεμτο	f	10^{12}	τερα	T
10^{-12}	πικο	p	10^{15}	πετα	P
10^{-9}	νανο	n	10^{18}	εχα	E
10^{-6}	μικρο	μ	10^{21}	ζετα	Z
10^{-3}	χιλιοστο	m	10^{24}	γιοττα	Y
10^{-2}	εκατοστο	c			
10^{-1}	δεκατο	d			

Θεμελιώδη και παράγωγα μεγέθη

Τα παράγωγα μεγέθη μπορούν να εκφραστούν ως μαθηματικοί συνδυασμοί των θεμελιωδών μεγεθών.

Παραδείγματα:

- Εμβαδόν
  - Γινόμενο δύο μηκών
- Μέτρο ταχύτητας
  - Λόγος ενός μήκους προς ένα χρονικό διάστημα
- Πυκνότητα
  - Λόγος της μάζας προς τον όγκο

Κατασκευή μοντέλων

Το μοντέλο είναι ένα σύστημα που αποτελείται από φυσικά συστατικά μέρη.

- Χρήσιμο όταν δεν μπορούμε να αλληλεπιδράσουμε άμεσα με το φαινόμενο.
- Προσδιορίζει τα φυσικά συστατικά μέρη.
- Κάνει προβλέψεις για τη συμπεριφορά τού συστήματος με βάση
  - τις αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στα συστατικά μέρη και/ή
  - την αλληλεπίδραση του συστήματος με το εξωτερικό του περιβάλλον

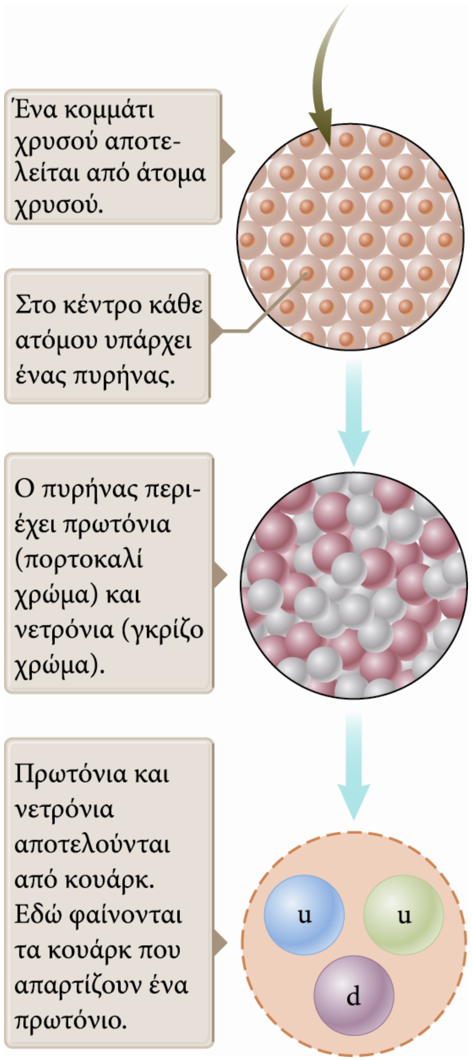
Μοντέλα της ύλης

Ορισμένοι Έλληνες φιλόσοφοι πίστευαν ότι η ύλη αποτελείται από άτομα.

- Καμία άλλη δομή

Ο J.J. Thomson (1897) ανακάλυψε τα ηλεκτρόνια και απέδειξε ότι τα άτομα έχουν εσωτερική δομή.

Ο Rutherford (1911) ανακάλυψε ότι υπάρχει ένας κεντρικός πυρήνας ο οποίος περιβάλλεται από ηλεκτρόνια.



Μοντέλα της ύλης (*συνέχεια*)

Ο πυρήνας έχει δομή: περιέχει πρωτόνια και νετρόνια.

- Το πλήθος των πρωτονίων ονομάζεται ατομικός αριθμός.
- Το πλήθος των πρωτονίων και των νετρονίων ονομάζεται μαζικός αριθμός.

Τα πρωτόνια και τα νετρόνια αποτελούνται από κουάρκ.

Μοντέλα της ύλης (*συνέχεια*)

Κουάρκ

- Έξι «ποικιλίες»
  - Άνω, κάτω, παράξενο, γοητευτικό, χαμηλό, υψηλό
- Κλασματικά ηλεκτρικά φορτία
  - $+\frac{2}{3}$ του πρωτονίου
    - άνω, γοητευτικό, υψηλό
  - $\frac{1}{3}$ του πρωτονίου
    - κάτω, παράξενο, χαμηλό

Τεχνική μοντελοποίησης

Μια σημαντική τεχνική επίλυσης προβλημάτων είναι η δημιουργία ενός μοντέλου για το πρόβλημα.

- Ορίστε ένα σύστημα με τα φυσικά συστατικά του προβλήματος.
- Κάντε προβλέψεις για τη συμπεριφορά του συστήματος βάσει των αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στα συστατικά του συστήματος και/ή βάσει της αλληλεπίδρασης του συστήματος με το εξωτερικό του περιβάλλον.

Τα θεμελιώδη μεγέθη και οι διαστάσεις τους

Η διάσταση έχει συγκεκριμένη σημασία – υποδηλώνει τις φυσικές ιδιότητες ενός μεγέθους.

Συχνά, θα βάζουμε αγκύλες για να δηλώνουμε τις διαστάσεις.

- Μήκος [L]
- Μάζα [M]
- Χρόνος [T]

Διαστάσεις και μονάδες μέτρησης

Κάθε διάσταση μπορεί να έχει πολλές πραγματικές μονάδες μέτρησης.

Στον Πίνακα Μ1.5 παρουσιάζονται οι διαστάσεις και οι μονάδες για ορισμένα παράγωγα μεγέθη.

ΠΙΝΑΚΑΣ Μ1.5 *Διαστάσεις και μονάδες τεσσάρων παράγωγων μεγεθών*

Μέγεθος	**Εμβαδόν (*A*)**	**Όγκος (*V*)**	**Ταχύτητα (*v*)**	**Επιτάχυνση (*a*)**
Διαστάσεις	L^2	L^3	L/T	L/T^2
Μονάδες SI	m^2	m^3	m/s	m/s^2
Μονάδες Π.Σ. των Η.Π.Α.	ft^2	ft^3	ft/s	ft/s^2

Διαστατική ανάλυση

Μια τεχνική η οποία μας επιτρέπει να ελέγξουμε αν μια εξίσωση έχει τη σωστή μορφή ή μας βοηθάει να αποδείξουμε έναν μαθηματικό τύπο.

Μπορείτε να χειριστείτε τις διαστάσεις (μήκος, μάζα, χρόνος, συνδυασμοί) ως αλγεβρικά μεγέθη.

- Πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση

Τα δύο σκέλη της εξίσωσης πρέπει να έχουν τις ίδιες διαστάσεις.

Μια εξίσωση είναι σωστή μόνο αν οι διαστάσεις και στα δύο σκέλη της είναι ίδιες.

Δεν μπορεί να δώσει τις αριθμητικές τιμές των παραγόντων: αυτός είναι ο περιορισμός της.

Διαστατική ανάλυση – Παράδειγμα

Δίνεται η εξίσωση: $x = ½\, a\, t^2$

Ελέγξτε τις διαστάσεις κάθε σκέλους:

$$L = \frac{L}{\cancel{T^2}} \cdot \cancel{T^2} = L$$

Τα T^2 απαλείφονται, οπότε διαπιστώνουμε ότι το L είναι η διάσταση κάθε σκέλους.

- Η εξίσωση είναι διαστατικά σωστή.
- Η σταθερά δεν έχει διαστάσεις.

Διαστατική ανάλυση ενός νόμου με αλγεβρικές δυνάμεις

Εύρεση των δυνάμεων σε μια αναλογία

- Παράδειγμα: βρείτε τους εκθέτες στη σχέση

$$x \propto a^m t^n$$

  - Πρέπει να έχετε μήκη και στα δύο σκέλη
  - Η επιτάχυνση έχει διαστάσεις L/T^2
  - Ο χρόνος έχει διαστάσεις T
  - Η ανάλυση δίνει

$$x \propto at^2$$

Σύμβολα

Το σύμβολο που χρησιμοποιείται σε μια εξίσωση δεν είναι απαραίτητα ίδιο με το σύμβολο της διάστασής της.

Μερικά μεγέθη τα συμβολίζουμε χρησιμοποιώντας πάντα το ίδιο σύμβολο.

- Για παράδειγμα, το σύμβολο για τον χρόνο είναι σχεδόν πάντα το t.

Άλλα μεγέθη ενδέχεται να έχουν πολλά σύμβολα ανάλογα με την περίσταση.

- Για παράδειγμα, το μήκος συμβολίζεται με x, y, z, r, d, h, κ.λπ.

Οι διαστάσεις θα συμβολίζονται με ένα κεφαλαίο, όχι πλάγιο, γράμμα.

Το αλγεβρικό σύμβολο θα είναι ένα πλάγιο γράμμα.

Μετατροπή μονάδων

Όταν οι μονάδες δεν συμφωνούν, ίσως χρειαστεί να κάνετε τις κατάλληλες μετατροπές.

Στο Παράρτημα Α μπορείτε να βρείτε έναν πλήρη κατάλογο συντελεστών μετατροπής.

Οι μονάδες μπορούν να θεωρηθούν ως αλγεβρικά μεγέθη που απαλείφονται.

Μετατροπή

Όταν εκτελείτε υπολογισμούς, ακόμα και στα ενδιάμεσα στάδια, να βάζετε πάντα τις μονάδες κάθε μεγέθους.

- Σας βοηθάει να εντοπίζετε τυχόν σφάλματα

Πολλαπλασιάστε την αρχική τιμή με έναν λόγο ίσο με τη μονάδα.

Παράδειγμα:

$$15.0\,\text{in} = ?\,\text{cm}$$

$$15.0\,\cancel{\text{in}}\left(\frac{2.54\,\text{cm}}{1\,\cancel{\text{in}}}\right) = 38.1\,\text{cm}$$

- Προσέξτε ότι η τιμή μέσα στις παρενθέσεις ισούται με 1, επειδή έχουμε ορίσει ότι η 1 ίντσα είναι ίση με 2.54 cm.

Τάξη μεγέθους

Προσέγγιση που βασίζεται σε ορισμένες υποθέσεις

- Αν απαιτούνται αποτελέσματα μεγαλύτερης ακριβείας, ενδέχεται να πρέπει να τροποποιήσετε τις υποθέσεις σας.

Η τάξη μεγέθους είναι η δύναμη του 10 που ορίζετε.

Τάξη μεγέθους – Διαδικασία

Εκτιμήστε έναν αριθμό και γράψτε τον με επιστημονικό συμβολισμό.

- Ο πολλαπλασιαστής της δύναμης του 10 πρέπει να είναι μεταξύ 1 και 10.

Συγκρίνετε τον πολλαπλασιαστή με τον αριθμό 3.162 ($\sqrt{10}$).

- Αν είναι μικρότερος από 3.162, τότε η τάξη μεγέθους είναι η δύναμη του 10 στον επιστημονικό συμβολισμό.
- Αν είναι μεγαλύτερος από 3.162, τότε η τάξη μεγέθους είναι κατά ένα μεγαλύτερη από τη δύναμη του 10 στον επιστημονικό συμβολισμό.

Η χρήση της τάξης μεγέθους

Εκτιμήσεις που είναι πολύ μεγαλύτερες της πραγματικής τιμής συχνά αναιρούνται από εκτιμήσεις που είναι πολύ μικρότερες της πραγματικής τιμής.

- Η τάξη μεγέθους που προκύπτει είναι γενικά αξιόπιστη μέχρι περίπου έναν παράγοντα δέκα.

Αυτός ο τρόπος επίλυσης προβλημάτων σάς επιτρέπει να κόβετε ψηφία, να κάνετε λογικές προσεγγίσεις και απλουστευτικές υποθέσεις.

Με την εξάσκηση, τα αποτελέσματά σας θα βελτιώνονται συνεχώς.

Αβεβαιότητα των μετρήσεων

Κάθε μέτρηση εμπεριέχει αβεβαιότητα, η οποία διατηρείται σε όλα τα στάδια των υπολογισμών.

- Μπορεί να οφείλεται στη συσκευή μέτρησης, στο άτομο που εκτελεί το πείραμα, και/ή στο πλήθος των μετρήσεων που γίνονται.
- Χρειαζόμαστε μια τεχνική για να εκφράζουμε την αβεβαιότητα.

Θα χρησιμοποιήσουμε κανόνες για τα σημαντικά ψηφία για να προσεγγίσουμε την αβεβαιότητα που υπάρχει στα αποτελέσματα των υπολογισμών.

Σημαντικά ψηφία

Τα σημαντικά ψηφία είναι ψηφία που γνωρίζουμε με αξιοπιστία.

Τα μηδενικά ενδέχεται να είναι ή να μην είναι σημαντικά ψηφία.

- Εκείνα που χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό των δεκαδικών ψηφίων δεν είναι σημαντικά.
- Για να εξαλείψουμε την ασάφεια, χρησιμοποιούμε τον επιστημονικό συμβολισμό.

Στα σημαντικά ψηφία μιας μέτρησης περιλαμβάνεται το πρώτο εκτιμώμενο ψηφίο.

Σημαντικά ψηφία – Παραδείγματα

Το 0.0075 m έχει 2 σημαντικά ψηφία.

- Τα αρχικά μηδενικά είναι μόνο δεσμευτικά θέσης.
- Γράψτε την τιμή με τον επιστημονικό συμβολισμό για να γίνει πιο σαφής:

  7.5×10^{-3} m για 2 σημαντικά ψηφία

Το 10.0 m έχει 3 σημαντικά ψηφία.

- Η υποδιαστολή μάς δίνει πληροφορίες για την αξιοπιστία της μέτρησης.

Το 1500 m χαρακτηρίζεται από ασάφεια.

- Χρησιμοποιήστε το 1.5×10^{3} m για 2 σημαντικά ψηφία.
- Χρησιμοποιήστε το 1.50×10^{3} m για 3 σημαντικά ψηφία.
- Χρησιμοποιήστε το 1.500×10^{3} m για 4 σημαντικά ψηφία.

Πράξεις με σημαντικά ψηφία – Πολλαπλασιασμός ή διαίρεση

Όταν πολλαπλασιάζετε ή διαιρείτε πολλές ποσότητες, το πλήθος των σημαντικών ψηφίων στην τελική απάντηση είναι ίδιο με το πλήθος των σημαντικών ψηφίων στο μέγεθος που έχει τα λιγότερα σημαντικά ψηφία.

Παράδειγμα: 25.57 m x 2.45 m = 62.6 m^2

- Το 2.45 m περιορίζει το αποτέλεσμα στα 3 σημαντικά ψηφία.

Πράξεις με σημαντικά ψηφία – Πρόσθεση ή αφαίρεση

Κατά την πρόσθεση ή την αφαίρεση, το πλήθος των δεκαδικών ψηφίων στο αποτέλεσμα πρέπει να ισούται με το μικρότερο πλήθος δεκαδικών ψηφίων οποιουδήποτε όρου του αθροίσματος ή της διαφοράς.

Παράδειγμα: 135 cm + 3.25 cm = 138 cm

- Το 135 cm περιορίζει το αποτέλεσμα στη δεκαδική τιμή των μονάδων.

Πράξεις με σημαντικά ψηφία – Σύνοψη

Ο κανόνας για την πρόσθεση και την αφαίρεση είναι διαφορετικός από τον κανόνα για τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση.

Στην πρόσθεση και στην αφαίρεση, πρέπει να λαμβάνουμε υπόψη το ***πλήθος των δεκαδ κών ψηφ ων***.

Στον πολλαπλασιασμό και στη διαίρεση, πρέπει να λαμβάνουμε υπόψη το ***πλήθος των σημαντ κών ψηφ ων***.

Τα σημαντικά ψηφία στο βιβλίο

Τα περισσότερα αριθμητικά παραδείγματα και τα προβλήματα στο τέλος των κεφαλαίων θα έχουν αποτελέσματα με τρία σημαντικά ψηφία.

Όταν εκτελούμε υπολογισμούς κατ’ εκτίμηση, θα χρησιμοποιούμε συνήθως ένα μόνο σημαντικό ψηφίο.

Στρογγυλοποίηση

Το τελευταίο ψηφίο που μένει αυξάνεται κατά 1 αν το τελευταίο ψηφίο που φεύγει είναι μεγαλύτερο από 5.

Το τελευταίο ψηφίο που μένει δεν μεταβάλλεται, αν το τελευταίο ψηφίο που φεύγει είναι μικρότερο από 5.

Αν το τελευταίο ψηφίο που φεύγει είναι ίσο με 5, το ψηφίο που μένει πρέπει να στρογγυλοποιηθεί στον πλησιέστερο άρτιο αριθμό.

Μπορείτε να αποφύγετε τη συσσώρευση σφαλμάτων αναβάλλοντας τη στρογγυλοποίηση μέχρι να έχετε το τελικό αποτέλεσμα.

Είναι χρήσιμο να βρίσκετε την πλήρη λύση πρώτα σε αλγεβρική μορφή και να αντικαθιστάτε αριθμητικές τιμές στα σύμβολα στην τελική παράσταση.

- Έτσι θα αποφύγετε τη συχνή χρήση της αριθμομηχανής και θα ελαχιστοποιήσετε τις στρογγυλοποιήσεις.