

# Κεφάλαιο Η3

Ηλεκτρικό δυναμικό

## Ηλεκτρικό δυναμικό

Σε προηγούμενα κεφάλαια συνδέσαμε τη μελέτη του ηλεκτρομαγνητισμού με τις προγενέστερες γνώσεις μας σχετικά με τις δυνάμεις.

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα συνδέσουμε τον ηλεκτρομαγνητισμό με την ενέργεια.

Χρησιμοποιώντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας μπορούμε να λύσουμε διάφορα προβλήματα μηχανικής, τα οποία δεν είναι δυνατόν να λυθούν με μεθόδους που χρησιμοποιούν την έννοια της δύναμης.

Η έννοια της δυναμικής ενέργειας είναι πολύ χρήσιμη και στη μελέτη του ηλεκτρισμού.

Επειδή η ηλεκτροστατική δύναμη είναι συντηρητική, μπορούμε να περιγράψουμε τα ηλεκτροστατικά φαινόμενα χρησιμοποιώντας την έννοια της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας.

Αυτή η έννοια μας επιτρέπει να ορίσουμε το μέγεθος του *ηλεκτρικού δυναμικού*.

## Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια

Όταν ένα δοκιμαστικό φορτίο βρεθεί μέσα σε ένα ηλεκτρικό πεδίο, δέχεται μια ηλεκτρική δύναμη.

- $\vec{F}_e = q_o \vec{E}$
- Η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική.

Αν το δοκιμαστικό φορτίο μετακινείται μέσα στο πεδίο υπό την επίδραση κάποιου εξωτερικού παράγοντα, τότε το έργο που παράγει το πεδίο στο φορτίο είναι ίσο κατά μέτρο και αντίθετο με το έργο που παράγει ο εξωτερικός παράγοντας.

Με το σύμβολο  $d\vec{S}$  συμβολίζουμε το απειροστό διάνυσμα μετατόπισης, το οποίο εφάπτεται σε μια διαδρομή στον χώρο.

- Η διαδρομή αυτή μπορεί να είναι ευθεία ή καμπύλη και το ολοκλήρωμα σε αυτή τη διαδρομή ονομάζεται *επικαμπύλιο ολοκλήρωμα*.

## Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια (συνέχεια)

Στο σύστημα φορτίου-πεδίου, το έργο που παράγει το ηλεκτρικό πεδίο στο φορτίο είναι

$$\vec{F} \cdot d\vec{s} = q_o \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Επειδή το έργο αυτό παράγεται από το πεδίο, η δυναμική ενέργεια του συστήματος φορτίου-πεδίου μεταβάλλεται κατά  $\Delta U = -q_o \vec{E} \cdot d\vec{s}$ .

Για μια πεπερασμένη μετατόπιση του φορτίου από το σημείο A στο σημείο B, η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος είναι

$$\Delta U = U_B - U_A = -q_o \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Επειδή η δύναμη είναι συντηρητική, το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα δεν εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθεί το φορτίο.

## Ηλεκτρικό δυναμικό (1)

Η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου,  $U/q_0$ , ονομάζεται **ηλεκτρικό δυναμικό**.

- Το δυναμικό είναι χαρακτηριστικό μόνο του πεδίου.
  - Η δυναμική ενέργεια είναι χαρακτηριστικό του συστήματος φορτίου-πεδίου.
- Το δυναμικό είναι ανεξάρτητο από την τιμή του φορτίου  $q_0$ .
- Το δυναμικό έχει τιμή σε κάθε σημείο του ηλεκτρικού πεδίου.

Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι

$$V = \frac{U}{q_0}$$

## Ηλεκτρικό δυναμικό (2)

Το δυναμικό είναι βαθμωτό μέγεθος.

- Επειδή η ενέργεια είναι βαθμωτό μέγεθος.

Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο κινείται μέσα σε ένα ηλεκτρικό πεδίο, το δυναμικό μεταβάλλεται κατά

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_o} = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

Η απειροστή μετατόπιση μπορεί να εκληφθεί ως απόσταση μεταξύ δύο σημείων του χώρου αντί ως μετατόπιση ενός σημειακού φορτίου.

## Ηλεκτρικό δυναμικό (τελική διαφάνεια)

Το μέγεθος που έχει σημασία είναι η διαφορά του ηλεκτρικού δυναμικού.

Συχνά θεωρούμε αυθαίρετα ότι σε κάποιο κατάλληλο σημείο του ηλεκτρικού πεδίου η τιμή του ηλεκτρικού δυναμικού είναι ίση με μηδέν.

Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι ένα βαθμωτό μέγεθος που χαρακτηρίζει το ηλεκτρικό πεδίο και είναι ανεξάρτητο από το όποιο φορτίο ενδέχεται να βρεθεί μέσα στο πεδίο.

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων οφείλεται αποκλειστικά στην ύπαρξη ενός φορτίου-πηγής και εξαρτάται από την κατανομή του φορτίου-πηγής.

- Για να υπάρχει δυναμική ενέργεια, πρέπει να έχουμε ένα σύστημα με δύο ή περισσότερα φορτία.
- Η δυναμική ενέργεια ανήκει στο σύστημα και μεταβάλλεται μόνο όταν ένα φορτίο μετακινείται σε σχέση με το υπόλοιπο σύστημα.

## Έργο και ηλεκτρικό δυναμικό

Έστω ότι ένα φορτίο κινείται μέσα σε ένα ηλεκτρικό πεδίο χωρίς να μεταβάλλεται η κινητική ενέργειά του.

Το έργο που παράγεται στο φορτίο είναι:

$$W = \Delta U = q \Delta V$$

Μονάδα μέτρησης:  $1 \text{ V} \equiv 1 \text{ J/C}$

- Το V είναι το αρχικό του volt.
- Χρειάζεται 1 joule έργου για να μετακινήσουμε ένα φορτίο 1 coulomb μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού 1 volt.

Επιπλέον,  $1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}$ .

- Συνεπώς, μπορούμε να εκλάβουμε το ηλεκτρικό πεδίο ως ένα μέτρο του ρυθμού μεταβολής του ηλεκτρικού δυναμικού συναρτήσει της απόστασης.



## Τάση και βολτάζ

Το ηλεκτρικό δυναμικό περιγράφεται με διάφορους όρους.

Οι πιο κοινοί είναι η *τάση* και το *βολτάζ*.

Η τάση που εφαρμόζεται σε μια συσκευή ή στα άκρα μιας συσκευής είναι ίδια με τη διαφορά δυναμικού στα άκρα της συσκευής.

- Παρά το γεγονός ότι οι εκφράσεις αυτές υποδηλώνουν κίνηση, η τάση δεν είναι κάτι που κινείται διαμέσου της συσκευής.

## Ηλεκτρονιοβόλτ

Μια άλλη μονάδα ενέργειας που χρησιμοποιείται συνήθως στην ατομική και πυρηνική φυσική είναι το ηλεκτρονιοβόλτ.

Ένα **ηλεκτρονιοβόλτ** είναι η ενέργεια που προσλαμβάνει ή χάνει ένα σύστημα φορτίου-πεδίου όταν ένα φορτίο με τιμή  $e$  (δηλαδή ένα ηλεκτρόνιο ή πρωτόνιο) κινείται μεταξύ δύο θέσεων με διαφορά δυναμικού 1 volt.

- $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$

## Διαφορά δυναμικού σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

Αν το ηλεκτρικό πεδίο είναι ομογενές, οι εξισώσεις που δίνουν τη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων A και B μπορούν να αναχθούν σε πιο απλή μορφή:

$$V_B - V_A = \Delta V = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -E \int_A^B ds = -Ed$$

Η μετατόπιση γίνεται από το σημείο A στο σημείο B, παράλληλα στις γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου.

Το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι το ηλεκτρικό δυναμικό είναι μικρότερο στο σημείο B απ' ό,τι στο σημείο A.

- Οι γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου πάντα δείχνουν προς την κατεύθυνση στην οποία μειώνεται το ηλεκτρικό δυναμικό.

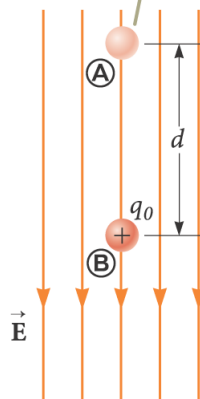
## Η ενέργεια και η κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου

Όταν το ηλεκτρικό πεδίο έχει κατεύθυνση προς τα κάτω, το σημείο  $B$  έχει χαμηλότερο δυναμικό από το  $A$ .

Όταν ένα θετικό δοκιμαστικό φορτίο μετακινείται από το σημείο  $A$  στο  $B$ , το σύστημα φορτίου-πεδίου χάνει δυναμική ενέργεια.

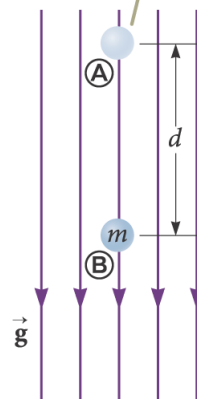
Οι γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου πάντα δείχνουν προς την κατεύθυνση στην οποία μειώνεται το ηλεκτρικό δυναμικό.

Όταν ένα θετικό δοκιμαστικό φορτίο κινείται από το σημείο  $A$  στο σημείο  $B$ , τότε μειώνεται η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος φορτίου-πεδίου.



α

Όταν ένα υλικό σώμα κινείται από το σημείο  $A$  στο σημείο  $B$ , τότε μειώνεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος σώματος-πεδίου.



β

## Περισσότερα σχετικά με την κατεύθυνση του πεδίου

Σε ένα σύστημα που αποτελείται από ένα θετικό φορτίο και ένα ηλεκτρικό πεδίο, η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος **μειώνεται** όταν το φορτίο κινείται με κατεύθυνση ίδια με αυτή του πεδίου.

- Το ηλεκτρικό πεδίο παράγει έργο σε ένα θετικό φορτίο όταν το φορτίο κινείται στην κατεύθυνση του πεδίου.

Η αύξηση της κινητικής ενέργειας του φορτισμένου σωματιδίου συνοδεύεται από ισόποση μείωση της δυναμικής ενέργειας του συστήματος φορτίου-πεδίου.

- Ένα ακόμα παράδειγμα της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

## Κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου (συνέχεια)

Αν το φορτίο  $q_0$  είναι αρνητικό, τότε η μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας  $\Delta U$  είναι θετική.

Σε ένα σύστημα που αποτελείται από ένα αρνητικό φορτίο και ένα ηλεκτρικό πεδίο, η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος **αυξάνεται** όταν το φορτίο κινείται με κατεύθυνση ίδια με αυτή του πεδίου.

- Για να κινηθεί το αρνητικό φορτίο στην κατεύθυνση του πεδίου, πρέπει να δεχτεί μια εξωτερική δύναμη η οποία θα παραγάγει θετικό έργο στο φορτίο.

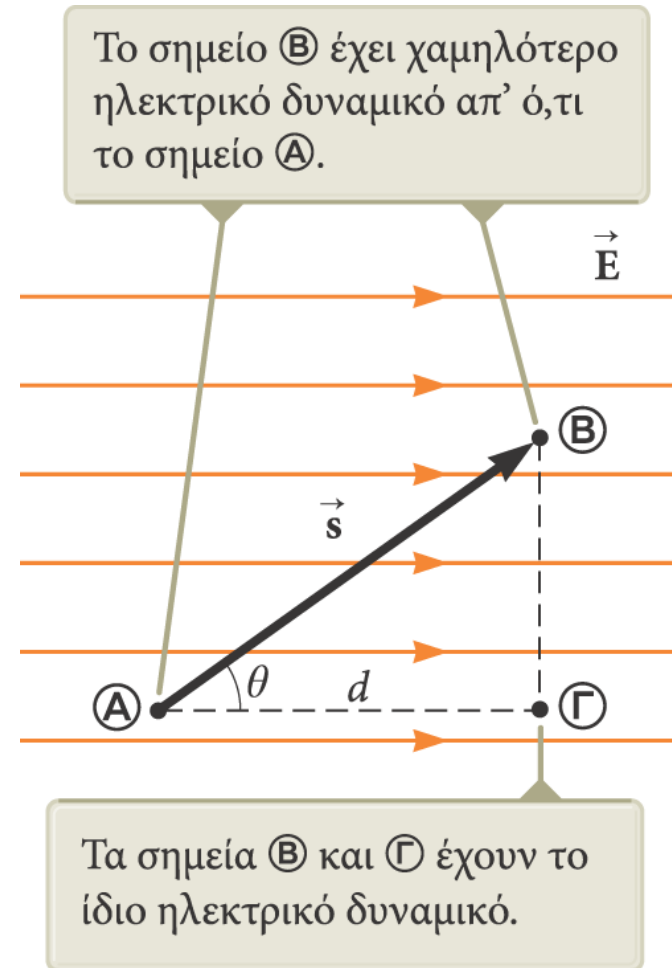
## Ισοδυναμικές επιφάνειες

Το σημείο  $B$  έχει χαμηλότερο δυναμικό από το  $A$ .

Τα σημεία  $A$  και  $\Gamma$  έχουν το ίδιο δυναμικό.

- Όλα τα σημεία που ανήκουν σε ένα επίπεδο το οποίο είναι κάθετο σε ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έχουν το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό.

Κάθε επιφάνεια που αποτελείται από μια συνεχή κατανομή σημείων, τα οποία έχουν το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό, ονομάζεται **ισοδυναμική επιφάνεια**.



## Φορτισμένο σωματίδιο σε ομογενές πεδίο – Παράδειγμα

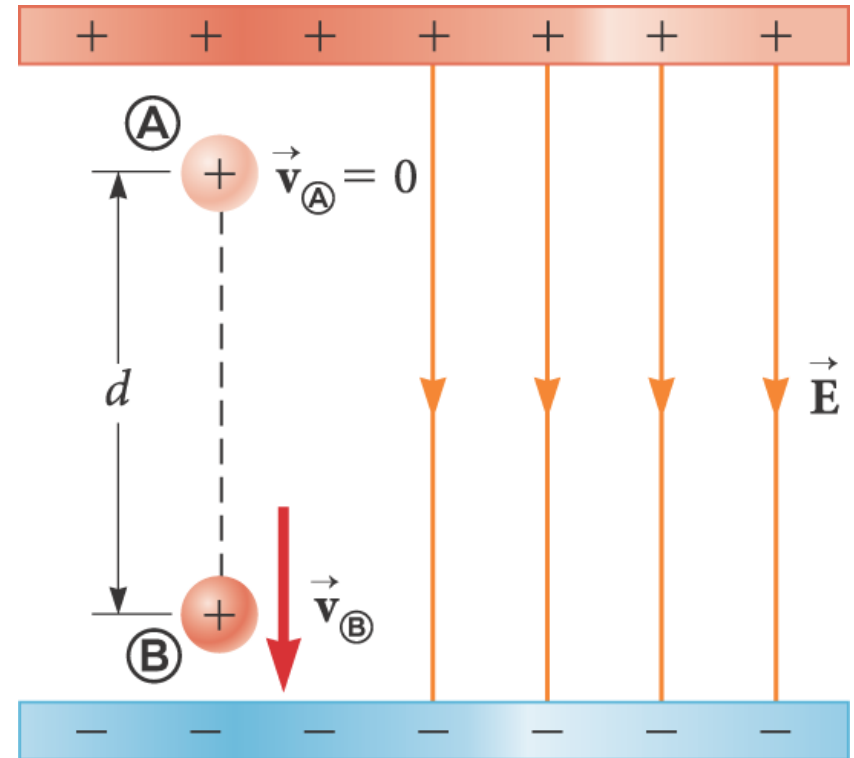
Ένα θετικό φορτίο, που βρίσκεται σε κατάσταση ηρεμίας, αφήνεται ελεύθερο και κινείται σε κατεύθυνση ίδια με αυτή του ηλεκτρικού πεδίου.

Η μεταβολή του δυναμικού είναι αρνητική.

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας είναι αρνητική.

Η δύναμη και η επιτάχυνση έχουν κατεύθυνση ίδια με αυτή του πεδίου.

Μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας του φορτίου χρησιμοποιώντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας.



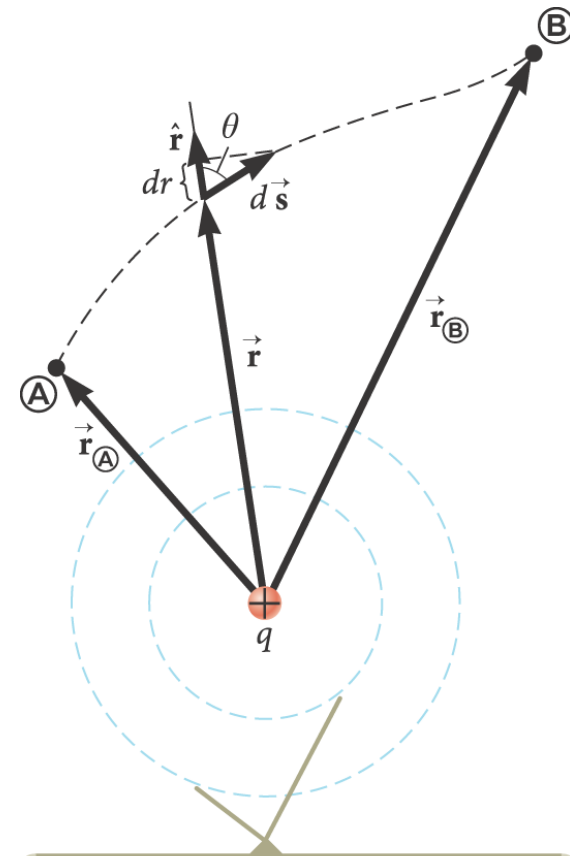


## Ηλεκτρικό δυναμικό και σημειακά φορτία

Ένα απομονωμένο θετικό σημειακό φορτίο δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο με ακτινική κατεύθυνση προς τα έξω.

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων  $A$  και  $B$  είναι:

$$V_B - V_A = k_e q \left[ \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$



Οι δύο διακεκομμένοι κύκλοι αντιστοιχούν σε τομές σφαιρικών ισοδυναμικών επιφανειών με τη σελίδα.

## Ηλεκτρικό δυναμικό και σημειακά φορτία (συνέχεια)

Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι ανεξάρτητο από τη διαδρομή που ακολουθεί το φορτίο για να μετακινηθεί από το σημείο  $A$  στο  $B$ .

Ως τιμή αναφοράς του ηλεκτρικού δυναμικού συνήθως επιλέγουμε τη  $V = 0$  στο  $r_A = \infty$ .

Έτσι, το ηλεκτρικό δυναμικό ενός σημειακού φορτίου σε απόσταση  $r$  από αυτό είναι ίσο με:

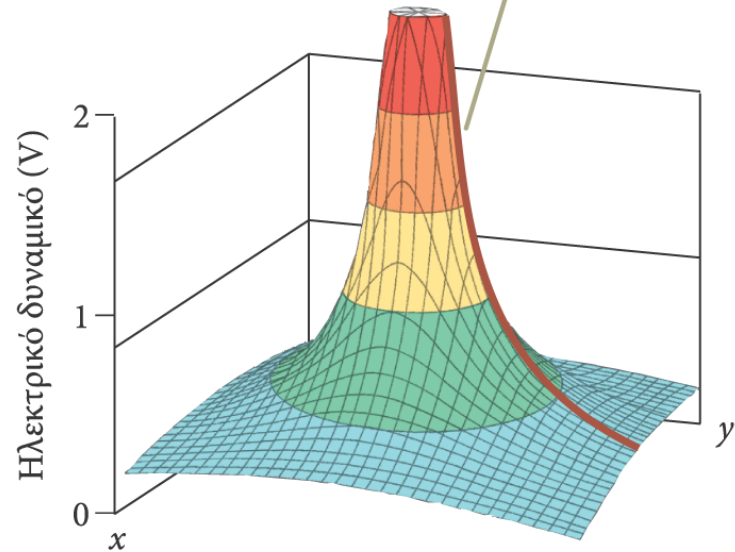
$$V = k_e \frac{q}{r}$$

## Το ηλεκτρικό δυναμικό ενός σημειακού φορτίου

Στην εικόνα φαίνεται το γράφημα του ηλεκτρικού δυναμικού στον κατακόρυφο άξονα για ένα θετικό φορτίο, το οποίο βρίσκεται στο επίπεδο  $xy$ .

Η καφέ καμπύλη δείχνει ότι το δυναμικό είναι αντιστρόφως ανάλογο του  $r$ .

Η καφέ καμπύλη δείχνει την εξάρτηση του ηλεκτρικού δυναμικού από το  $1/r$ , σύμφωνα με την Εξίσωση Η3.11.



α

## Το ηλεκτρικό δυναμικό που οφείλεται σε πολλά φορτία

Το συνολικό ηλεκτρικό δυναμικό λόγω πολλών σημειακών φορτίων σε ένα σημείο  $\Sigma$  ισούται με το άθροισμα των δυναμικών των επιμέρους φορτίων.

- Ένα ακόμα παράδειγμα της αρχής της υπέρθεσης.
- Πρόκειται για αλγεβρικό άθροισμα.

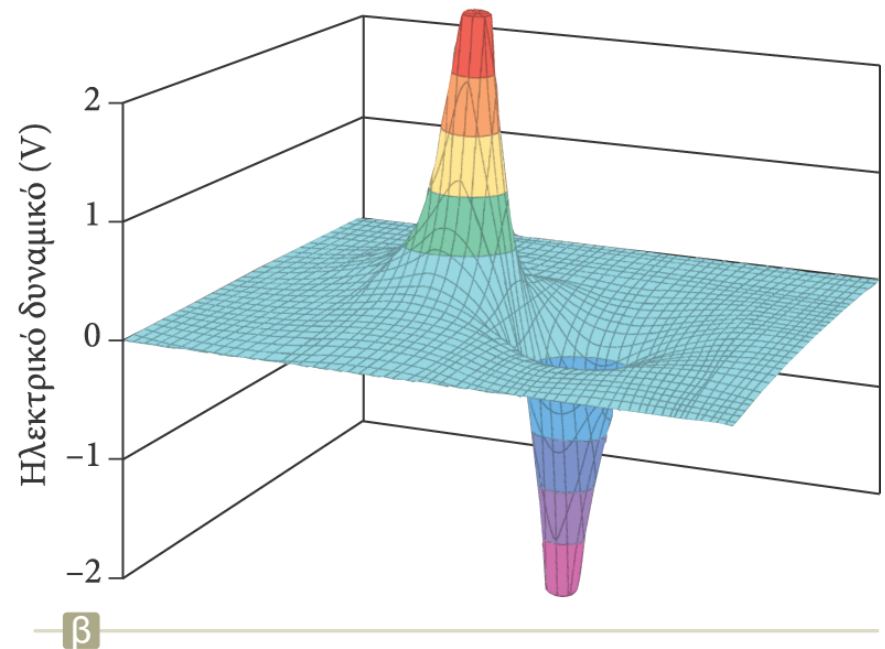
$$V = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

- $V = 0$  στο  $r = \infty$ .

## Το ηλεκτρικό δυναμικό ενός ηλεκτρικού διπόλου

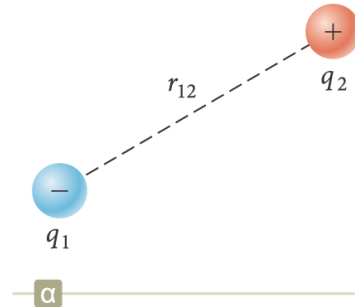
Στον κατακόρυφο άξονα  $y$  του γραφήματος απεικονίζεται το δυναμικό ενός ηλεκτρικού διπόλου.

Η απότομη κλίση μεταξύ των φορτίων αντιπροσωπεύει το ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο σε αυτή την περιοχή.

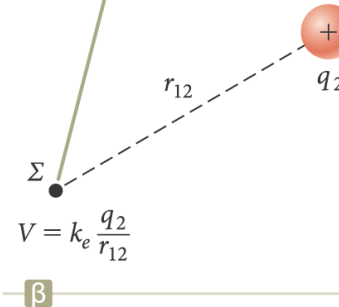


## Δυναμική ενέργεια πολλών φορτίων

Η δυναμική ενέργεια του ζεύγους φορτίων δίνεται από τη σχέση  $k_e q_1 q_2 / r_{12}$ .



Στο σημείο Σ υπάρχει δυναμικό  $k_e q_2 / r_{12}$  που οφείλεται στο φορτίο  $q_2$ .



Η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι  $U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$ .

Αν τα δύο φορτία είναι ομόσημα, τότε η δυναμική ενέργεια  $U$  είναι θετική και πρέπει να παραχθεί έργο για να πλησιάσουν τα φορτία το ένα στο άλλο.

Αν τα δύο φορτία είναι ετερόσημα, τότε η δυναμική ενέργεια  $U$  είναι αρνητική και πρέπει να παραχθεί έργο για να μην πλησιάσουν τα φορτία το ένα στο άλλο.

## Δυναμική ενέργεια πολλών φορτίων (συνέχεια)

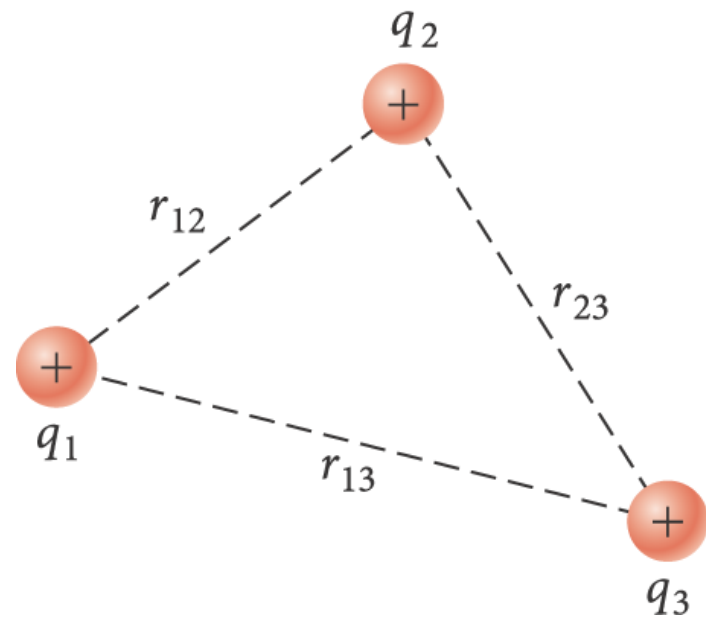
Αν υπάρχουν περισσότερα από δύο φορτία, τότε βρίσκουμε τη δυναμική ενέργεια  $U$  για κάθε ζεύγος φορτίων και αθροίζουμε αλγεβρικά τους όρους.

Για τρία φορτία:

$$U = k_e \left( \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

- Το αποτέλεσμα δεν εξαρτάται από τη σειρά πρόσθεσης των φορτίων.

Η δυναμική ενέργεια αυτού του συστήματος φορτίων δίνεται από την Εξίσωση Η3.14.



## Υπολογισμός του ηλεκτρικού πεδίου $E$ από το ηλεκτρικό δυναμικό $V$

Αρχικά υποθέτουμε ότι το πεδίο έχει μόνο μια οριζόντια συνιστώσα  $x$ .

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

Μπορούμε να γράψουμε παρόμοιες σχέσεις και για τις συνιστώσες  $y$  και  $z$ .

Οι ισοδυναμικές επιφάνειες πρέπει πάντα να είναι κάθετες στις γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου που διέρχονται από αυτές.



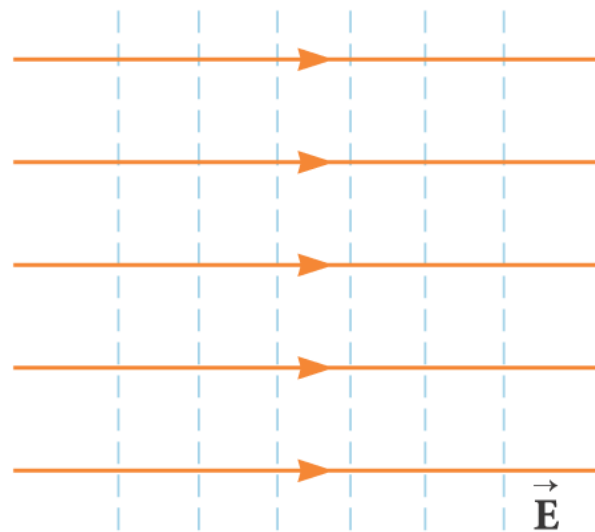
## Τα $E$ και $V$ για ένα φορτισμένο φύλλο άπειρων διαστάσεων

Οι ισοδυναμικές είναι οι διακεκομμένες μπλε γραμμές.

Οι γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου είναι οι καφέ γραμμές.

Οι ισοδυναμικές είναι κάθετες σε κάθε σημείο των γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου.

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από φορτισμένο φύλλο άπειρων διαστάσεων.



α

## Τα $E$ και $V$ για ένα σημειακό φορτίο

Οι ισοδυναμικές είναι οι διακεκομμένες μπλε γραμμές.

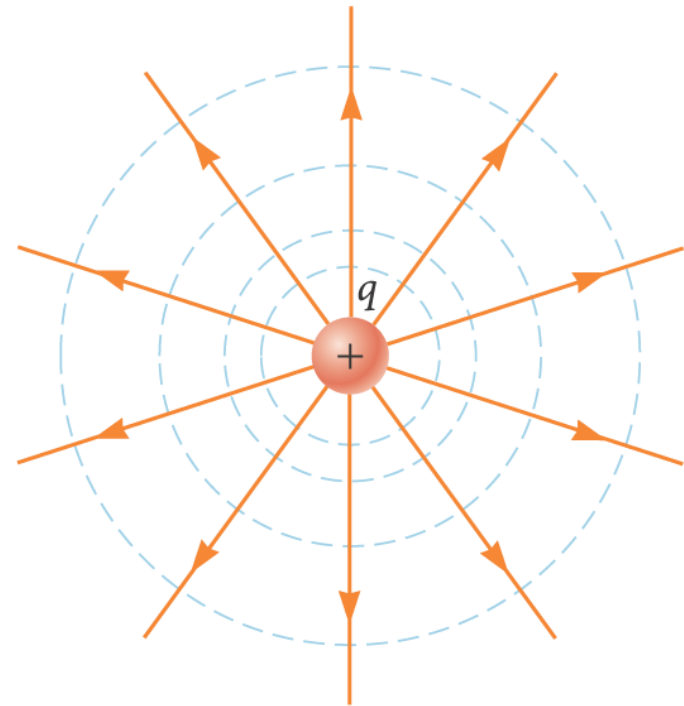
Οι γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου είναι οι καφέ γραμμές.

Οι γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου έχουν ακτινική διεύθυνση.

$$E_r = -dV / dr$$

Οι ισοδυναμικές είναι κάθετες σε κάθε σημείο των γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου.

Σφαιρικά συμμετρικό ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από σημειακό φορτίο.



β

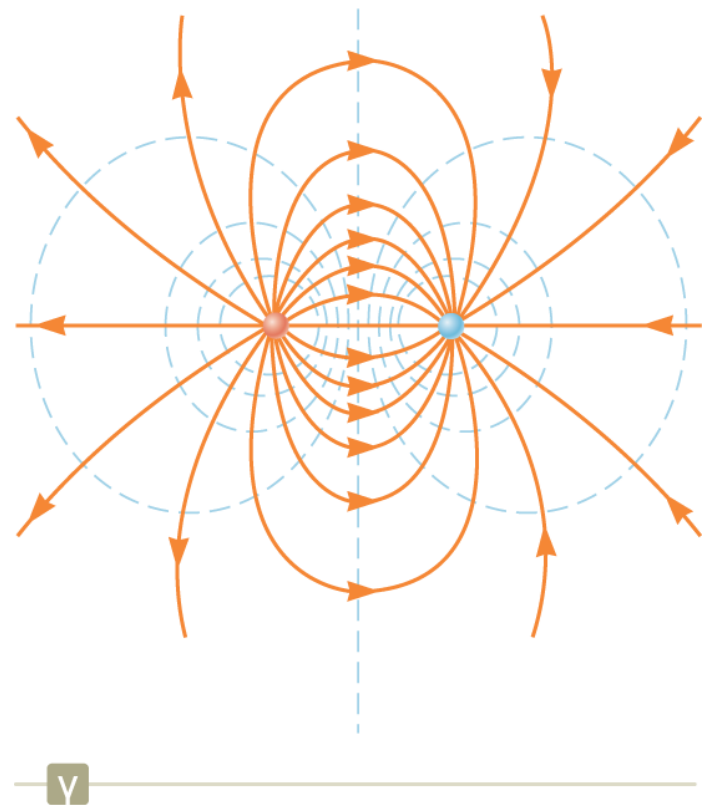
## Τα $E$ και $V$ για ένα ηλεκτρικό δίπολο

Οι ισοδυναμικές είναι οι διακεκομμένες μπλε γραμμές.

Οι γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου είναι οι καφέ γραμμές.

Οι ισοδυναμικές είναι κάθετες σε κάθε σημείο των γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου.

Ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από ηλεκτρικό δίπολο.



## Υπολογισμός του ηλεκτρικού πεδίου από το ηλεκτρικό δυναμικό – Γενικά

Γενικά, το ηλεκτρικό δυναμικό είναι συνάρτηση και των τριών χωρικών συντεταγμένων.

Αν η συνάρτηση  $V$  εκφράζεται με βάση τις καρτεσιανές συντεταγμένες, τότε οι συνιστώσες  $E_x$ ,  $E_y$ , και  $E_z$  του ηλεκτρικού πεδίου προκύπτουν εύκολα από τις μερικές παραγώγους της  $V(x, y, z)$ .

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

## Ηλεκτρικό δυναμικό συνεχούς κατανομής φορτίου

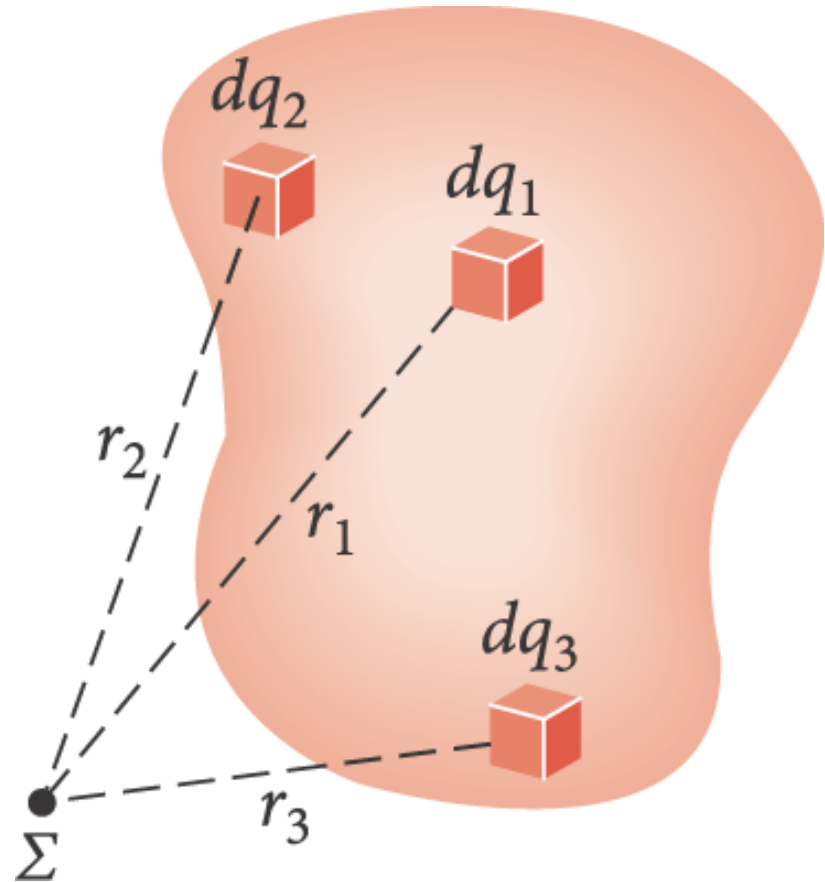
Μέθοδος 1: Η κατανομή φορτίου είναι γνωστή.

Θεωρούμε ένα μικρό στοιχειώδες φορτίο  $dq$ .

- Εκλαμβάνουμε το φορτίο ως σημειακό.

Το δυναμικό σε οποιοδήποτε σημείο λόγω αυτού του στοιχειώδους φορτίου είναι:

$$dV = k_e \frac{dq}{r}$$



## Ηλεκτρικό δυναμικό συνεχούς κατανομής φορτίου (συνέχεια)

Για να βρούμε το συνολικό δυναμικό, ολοκληρώνουμε την προηγούμενη εξίσωση ώστε να συμπεριλάβουμε τις συνεισφορές όλων των στοιχείων της κατανομής φορτίου.

$$V = k_e \int \frac{dq}{r}$$

- Σε αυτή τη σχέση για το  $V$ , το ηλεκτρικό δυναμικό θεωρείται ίσο με το μηδέν όταν το σημείο  $\Sigma$  βρίσκεται σε άπειρη απόσταση από την κατανομή φορτίου.

## Ηλεκτρικό δυναμικό συνεχούς κατανομής φορτίου (τελική διαφάνεια)

Αν γνωρίζουμε ήδη το ηλεκτρικό πεδίο, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε το ηλεκτρικό δυναμικό από την αρχική σχέση:

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

- Αν η κατανομή φορτίου χαρακτηρίζεται από επαρκή βαθμό συμμετρίας, τότε πρώτα υπολογίζουμε το ηλεκτρικό πεδίο με τον νόμο του Gauss και έπειτα τη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο τυχαίων σημείων.
  - Επιλέγουμε  $V = 0$  σε ένα κατάλληλο σημείο.

# Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων (1)

## *Μοντελοποίηση*

- Φανταστείτε τα επιμέρους φορτία ή την κατανομή φορτίου.
- Φανταστείτε τον τύπο του δυναμικού που δημιουργούν.
- Λάβετε υπόψη τη συμμετρία (αν υπάρχει) στη διάταξη των φορτίων.

## *Κατηγοριοποίηση*

- Πρόκειται για ένα σύνολο από μεμονωμένα φορτία ή για μια συνεχή κατανομή φορτίων;
- Η απάντηση σε αυτή την ερώτηση θα καθορίσει τη διαδικασία που θα ακολουθήσετε στο βήμα της *Ανάλυσης*.



## Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων (2)

### Ανάλυση

- Γενικά
  - Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι βαθμωτό μέγεθος, άρα δεν χρειάζεται να βρείτε συνιστώσες.
  - Χρησιμοποιήστε την αρχή της υπέρθεσης και αθροίστε αλγεβρικά τα δυναμικά των επιμέρους φορτίων.
    - Προσοχή στα πρόσημα.
  - Μόνο οι μεταβολές του ηλεκτρικού δυναμικού έχουν σημασία.
  - Θεωρήστε ότι  $V = 0$  σε ένα σημείο που βρίσκεται πολύ μακριά από τα φορτία.
    - Αν η κατανομή εκτείνεται ως το άπειρο, επιλέξτε κάποιο άλλο σημείο ως σημείο αναφοράς.

## Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων (3)

### Ανάλυση (συνέχεια)

- Αν δίνεται μια ομάδα μεμονωμένων φορτίων:
  - Χρησιμοποιήστε την αρχή της υπέρθεσης και αθροίστε αλγεβρικά τα δυναμικά των επιμέρους φορτίων.
- Αν δίνεται μια συνεχής κατανομή φορτίου:
  - Υπολογίστε το συνολικό δυναμικό σε κάποιο σημείο χρησιμοποιώντας ολοκληρώματα.
  - Θεωρήστε κάθε στοιχειώδες τμήμα της κατανομής φορτίου ως σημειακό φορτίο.
- Αν δίνεται το ηλεκτρικό πεδίο:
  - Ξεκινήστε από τον ορισμό του ηλεκτρικού δυναμικού.
  - Αν χρειαστεί, υπολογίστε το πεδίο χρησιμοποιώντας τον νόμο του Gauss (ή κάποιον άλλο τρόπο).

## Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων (4)

### Ολοκλήρωση

- Βεβαιωθείτε ότι η σχέση του ηλεκτρικού δυναμικού που βρήκατε συμφωνεί με τη νοητική σας αναπαράσταση.
- Η τελική σχέση αντικατοπτρίζει την όποια συμμετρία υπάρχει;
- Μεταβάλλετε νοητικά παραμέτρους για να εξακριβώσετε αν το μαθηματικό αποτέλεσμα αλλάζει με εύλογο τρόπο.

## Ηλεκτρικό δυναμικό ομοιόμορφα φορτισμένου δακτυλίου

Το σημείο  $\Sigma$  βρίσκεται στον κάθετο κεντρικό άξονα του ομοιόμορφα φορτισμένου δακτυλίου.

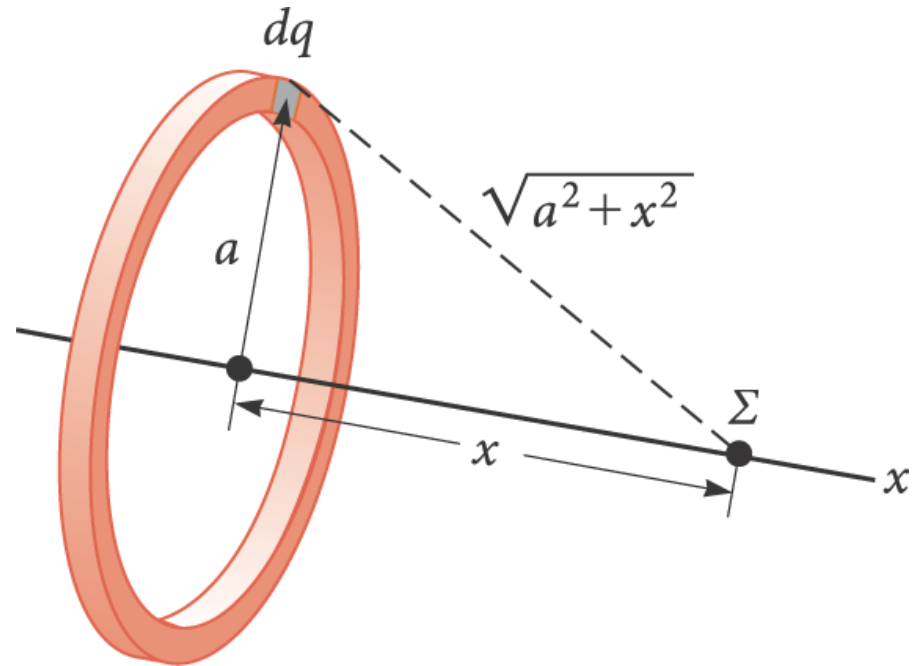
Με βάση τη συμμετρία της περίπτωσης, όλα τα φορτία του δακτυλίου ισαπέχουν από το σημείο  $\Sigma$ .

- Ο δακτύλιος έχει ακτίνα  $a$  και συνολικό φορτίο  $Q$ .

Το δυναμικό και το πεδίο δίνονται από τις σχέσεις:

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} = \frac{k_e Q}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$E_x = \frac{k_e x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} Q$$



## Ηλεκτρικό δυναμικό ομοιόμορφα φορτισμένου δίσκου

Ο δακτύλιος έχει ακτίνα  $R$  και επιφανειακή πυκνότητα φορτίου  $\sigma$ .

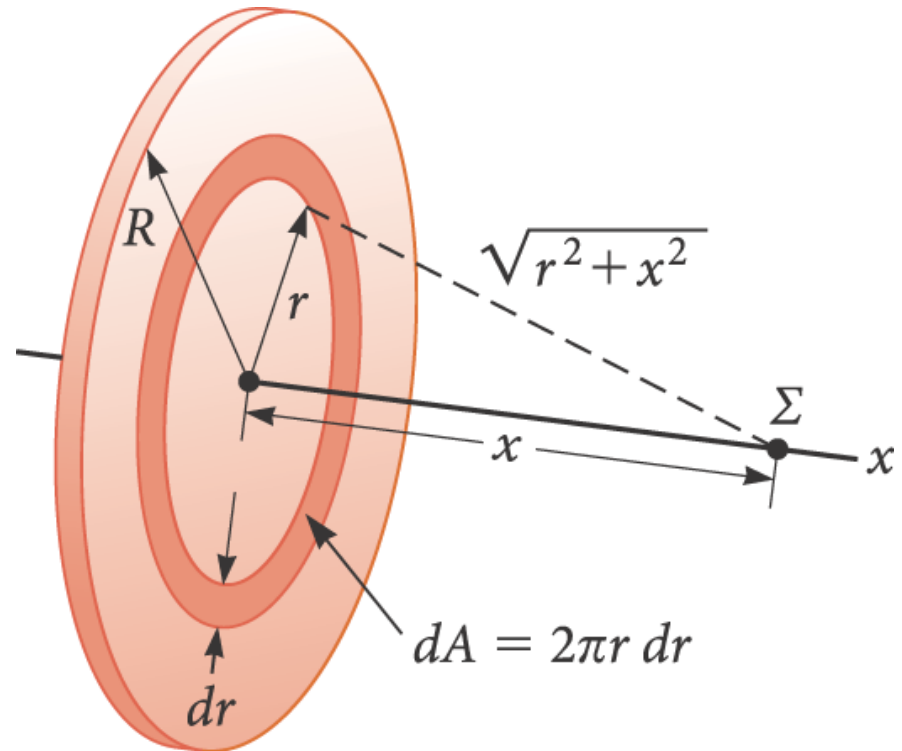
Το σημείο  $\Sigma$  βρίσκεται στον κάθετο κεντρικό άξονα του ομοιόμορφα φορτισμένου δακτυλίου.

Επειδή το σημείο  $\Sigma$  βρίσκεται επάνω στον κεντρικό άξονα του δίσκου, συνάγεται λόγω συμμετρίας ότι όλα τα σημεία κάθε δακτυλίου ισαπέχουν από το  $\Sigma$ .

Το δυναμικό και το πεδίο δίνονται από τις σχέσεις:

$$V = 2\sigma k_e \left[ (R^2 + x^2)^{1/2} - x \right]$$

$$E_x = 2\sigma k_e \left[ 1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}} \right]$$

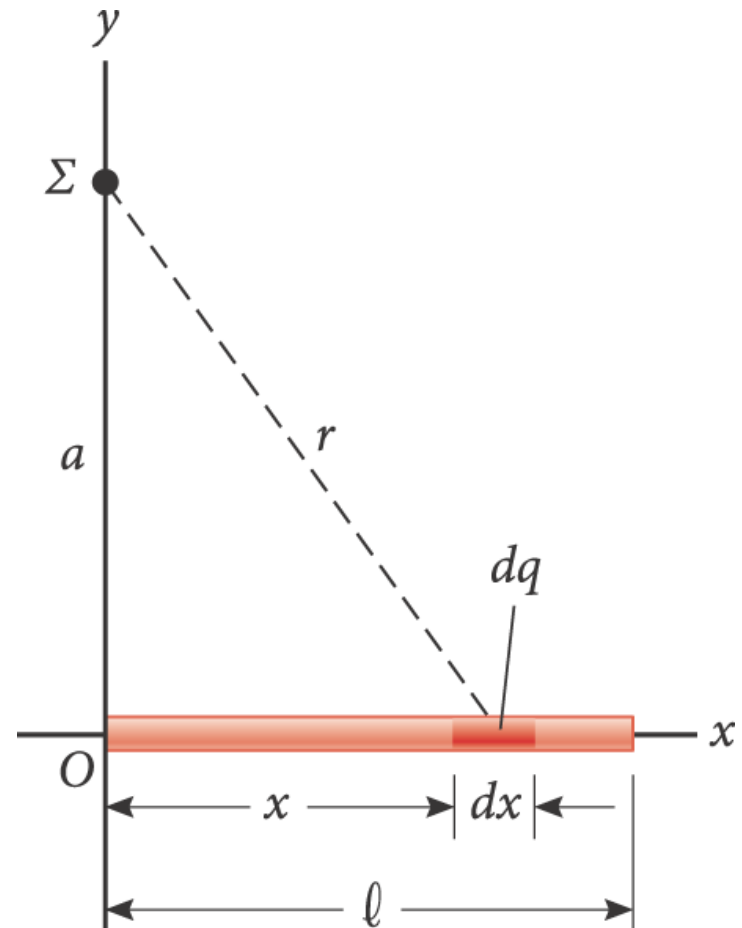


## Ηλεκτρικό δυναμικό πεπερασμένης φορτισμένης ευθείας

Μια ράβδος μήκους  $\ell$  έχει συνολικό φορτίο  $Q$  και γραμμική πυκνότητα φορτίου  $\lambda$ .

- Δεν υπάρχει συμμετρία, αλλά η γεωμετρία του προβλήματος είναι απλή.

$$V = \frac{k_e Q}{\ell} \ln \left( \frac{\ell + \sqrt{a^2 + \ell^2}}{a} \right)$$



## Ηλεκτρικό δυναμικό φορτισμένου αγωγού

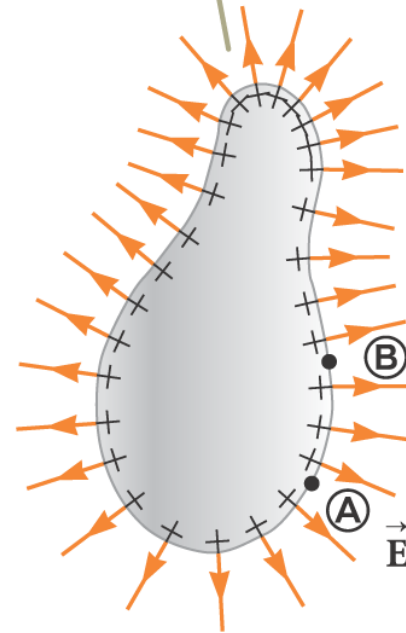
Θεωρούμε δύο σημεία επί της επιφάνειας του φορτισμένου αγωγού, όπως φαίνεται στην εικόνα.

Το πεδίο  $\vec{E}$  είναι πάντα κάθετο στη μετατόπιση  $d\vec{s}$ .

$$\text{Άρα, } \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

Επομένως, η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων  $A$  και  $B$  είναι επίσης μηδενική.

Παρατηρήστε ότι οι αποστάσεις μεταξύ των θετικών προσήμων δεν είναι ίδιες, κάτι που σημαίνει ότι η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου δεν είναι ομοιόμορφη.



## Ηλεκτρικό δυναμικό φορτισμένου αγωγού (συνέχεια)

Σε κάθε σημείο της επιφάνειας ενός φορτισμένου αγωγού, ο οποίος βρίσκεται σε ισορροπία,  $V = \text{σταθερό}$ .

- $\Delta V = 0$  μεταξύ οποιουδήποτε ζεύγους σημείων της επιφάνειας.

Η επιφάνεια κάθε φορτισμένου αγωγού που βρίσκεται σε ηλεκτροστατική ισορροπία είναι ισοδυναμική.

Κάθε σημείο της επιφάνειας ενός φορτισμένου αγωγού που είναι σε ισορροπία έχει το ίδιο ηλεκτρικό δυναμικό.

Επειδή στο εσωτερικό του αγωγού το ηλεκτρικό πεδίο είναι ίσο με μηδέν, συμπεραίνουμε ότι το ηλεκτρικό δυναμικό παντού στο εσωτερικό του αγωγού είναι σταθερό και ίσο με την τιμή του στην επιφάνεια.



## Σώματα με ακανόνιστο σχήμα

Όπου η ακτίνα καμπυλότητας είναι μικρή, η πυκνότητα φορτίου είναι μεγάλη.

- Και όπου η ακτίνα καμπυλότητας είναι μεγάλη, η πυκνότητα φορτίου είναι μικρή.

Το ηλεκτρικό πεδίο είναι ισχυρό κοντά σε κυρτά σημεία με μικρή ακτίνα καμπυλότητας και φτάνει σε πολύ μεγάλες τιμές σε αιχμηρά σημεία.

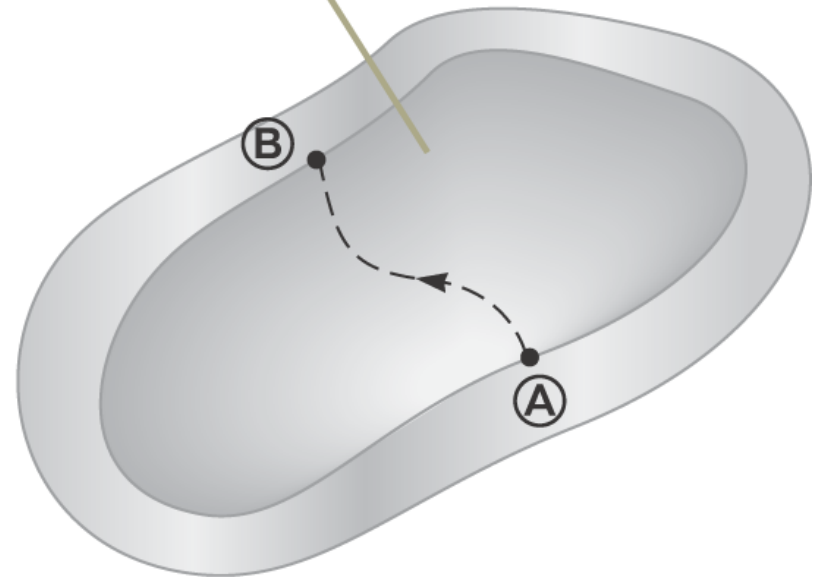
## Κοιλότητα στο εσωτερικό ενός αγωγού

Έστω ότι ένας αγωγός περιέχει μια κοιλότητα ακανόνιστου σχήματος.

Υποθέτουμε ότι μέσα στην κοιλότητα δεν υπάρχουν φορτία.

Το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του αγωγού πρέπει να είναι ίσο με μηδέν.

Το ηλεκτρικό πεδίο μέσα στην κοιλότητα είναι ίσο με μηδέν, ανεξάρτητα από το φορτίο του αγωγού.



## Κοιλότητα στο εσωτερικό ενός αγωγού (συνέχεια)

Το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του αγωγού δεν εξαρτάται από την κατανομή φορτίου στην εξωτερική επιφάνεια του αγωγού.

Για κάθε διαδρομή μεταξύ των σημείων  $A$  και  $B$ ,

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = 0$$

Σε μια κοιλότητα η οποία περιβάλλεται από αγωγίμα τοιχώματα δεν υπάρχει πεδίο, υπό την προϋπόθεση ότι στο εσωτερικό της δεν υπάρχει φορτίο.

## Στεμματόμορφη εκκένωση

Αν το ηλεκτρικό πεδίο στην περιοχή κοντά στον αγωγό είναι αρκετά ισχυρό, τα ηλεκτρόνια που προκύπτουν από τον τυχαίο ιοντισμό μορίων του αέρα κοντά στον αγωγό απομακρύνονται επιταχυνόμενα από τα μόρια από τα οποία προήλθαν.

Αυτά τα ηλεκτρόνια μπορούν να ιοντίσουν και άλλα μόρια που βρίσκονται κοντά στον αγωγό.

Έτσι δημιουργούνται κι άλλα ελεύθερα ηλεκτρόνια.

Η λάμψη που παρατηρείται –η **στεμματόμορφη εκκένωση**– οφείλεται στην επανένωση αυτών των ελεύθερων ηλεκτρονίων με τα ιοντισμένα μόρια του αέρα.

Η πιθανότητα να συμβεί ιοντισμός και στεμματόμορφη εκκένωση είναι μεγάλη σε αιχμηρά σημεία ή στις ακμές του αγωγού.

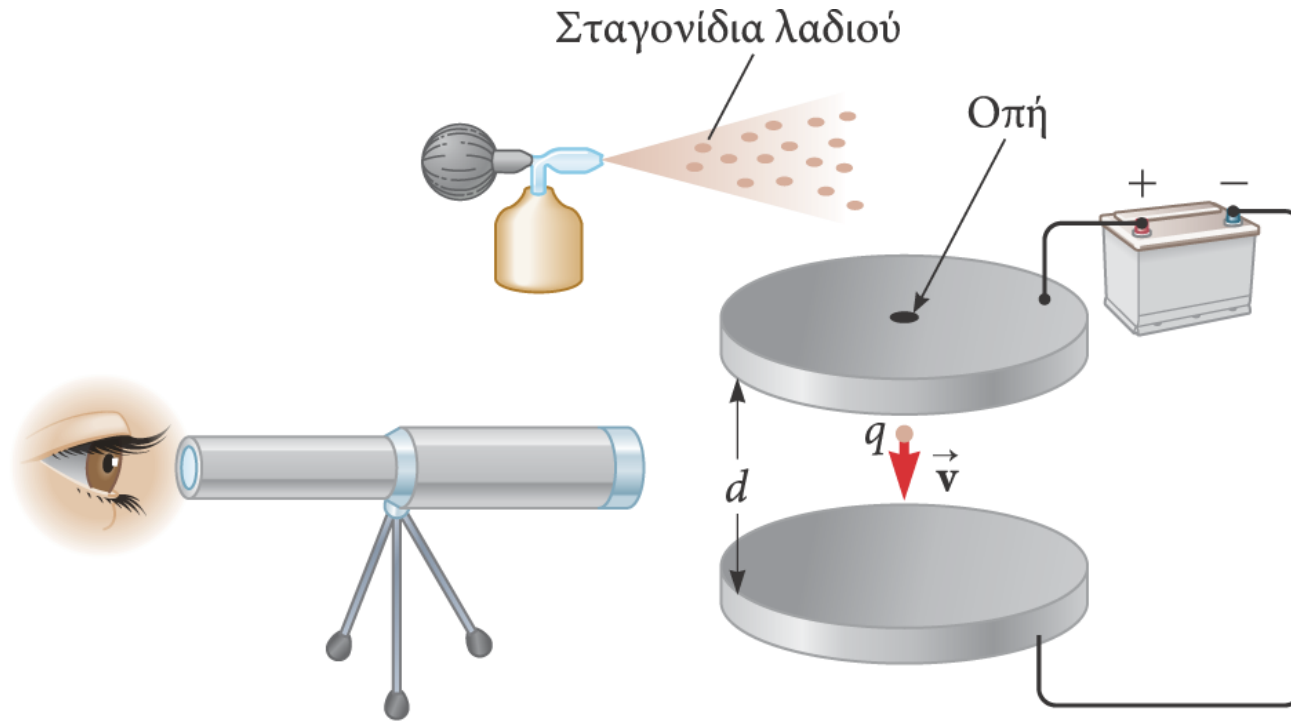
## Το πείραμα των σταγονιδίων λαδιού του Millikan

Ο Robert Millikan μέτρησε το  $e$ , την τιμή του στοιχειώδους φορτίου του ηλεκτρονίου.

Επίσης απέδειξε ότι το φορτίο αυτό είναι κβαντισμένο.

Τα σταγονίδια λαδιού διέρχονται από μια μικρή σπή και φωτίζονται από μια φωτεινή πηγή.

# Το πείραμα των σταγονιδίων λαδιού του Millikan – Πειραματική διάταξη (1)



Τηλεσκόπιο με κλίμακα  
στον προσοφθάλμιο φακό

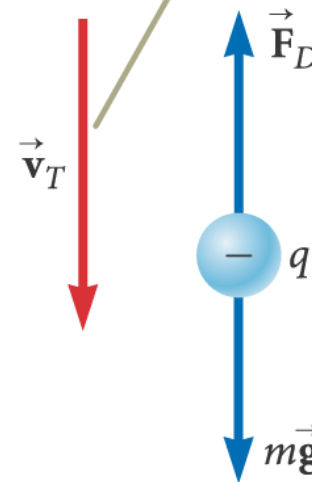
## Το πείραμα των σταγονιδίων λαδιού του Millikan (2)

Αν μεταξύ των πλακών δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, τότε στο σταγονίδιο ασκούνται η βαρυτική δύναμη και η δύναμη τριβής.

Το σταγονίδιο φτάνει στην οριακή του ταχύτητα όταν

$$\vec{F}_D = m\vec{g}$$

Όταν το ηλεκτρικό πεδίο είναι ανενεργό, το σταγονίδιο πέφτει με οριακή ταχύτητα  $\vec{v}_T$  κάτω από την επίδραση της βαρυτικής δύναμης και της δύναμης τριβής.



α

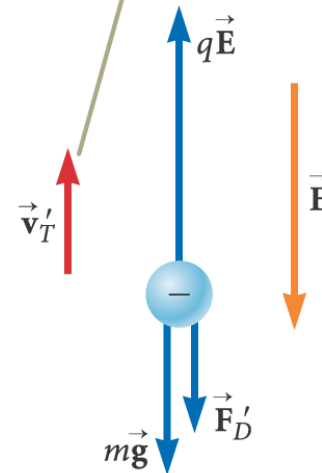
## Το πείραμα των σταγονιδίων λαδιού του Millikan (3)

Μεταξύ των πλακών δημιουργείται ένα ηλεκτρικό πεδίο.

- Η άνω πλάκα έχει υψηλότερο δυναμικό από την κάτω.

Το σταγονίδιο φτάνει σε μια νέα οριακή ταχύτητα, όταν η ηλεκτρική δύναμη γίνει ίση με το άθροισμα της δύναμης αντίστασης του αέρα και της βαρυτικής δύναμης.

Όταν το ηλεκτρικό πεδίο είναι ενεργό, το σταγονίδιο κινείται προς τα επάνω με οριακή ταχύτητα  $\vec{v}_T'$  κάτω από την επίδραση της ηλεκτρικής δύναμης, της βαρυτικής δύναμης και της δύναμης τριβής.



β



## Το πείραμα των σταγονιδίων λαδιού του Millikan (4)

Ενεργοποιώντας και απενεργοποιώντας το ηλεκτρικό πεδίο μπορούμε να παρακολουθούμε το σταγονίδιο να ανυψώνεται και να πέφτει πολλές φορές.

Μετά από πολλά πειράματα, ο Millikan προσδιόρισε τα εξής:

- $q = ne$  όπου  $n = 0, -1, -2, -3, \dots$
- $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$

Αυτό αποτελεί αδιάσειστη απόδειξη ότι το φορτίο είναι κβαντισμένο.

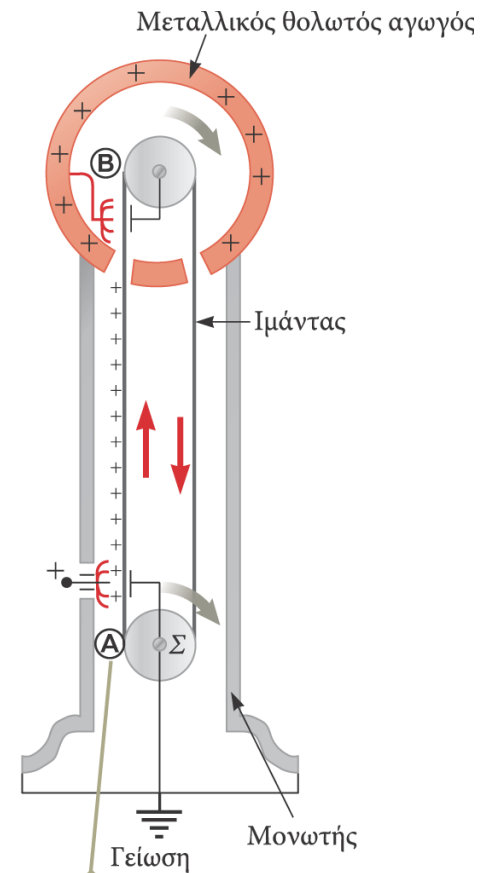
## Η ηλεκτροστατική γεννήτρια Van de Graaff

Ένα ηλεκτρόδιο υψηλής τάσης τροφοδοτείται συνεχώς με φορτίο μέσω ενός κινούμενου ιμάντα από μονωτικό υλικό.

Το ηλεκτρόδιο υψηλής τάσης είναι ένας κοίλος μεταλλικός θολωτός αγωγός, ο οποίος είναι τοποθετημένος επάνω σε μια μονωτική στήλη.

Με τη συνεχή κίνηση του ιμάντα αναπτύσσεται υψηλή διαφορά δυναμικού μεταξύ της σφαίρας και της γης.

Τα πρωτόνια που επιταχύνονται μέσα από τόσο μεγάλες διαφορές δυναμικού, προσλαμβάνουν επαρκή ενέργεια ώστε να μπορούν να προκαλέσουν πυρηνικές αντιδράσεις.



Στο σημείο Α αποτίθεται φορτίο στον ιμάντα και στο σημείο Β το φορτίο μεταβιβάζεται στον κοίλο αγωγό.

## Ο ηλεκτροστατικός διαχωριστής

Ο ηλεκτροστατικός διαχωριστής αποτελεί μια σημαντική εφαρμογή της ηλεκτρικής εκκένωσης στα αέρια.

Αφαιρεί τα σωματίδια ύλης από τα καυσαέρια.

Ο αέρας που πρέπει να καθαριστεί εισέρχεται στον αεραγωγό και κινείται προς το σύρμα.

Καθώς τα ηλεκτρόνια και τα αρνητικά ιόντα που δημιουργούνται από την εκκένωση επιταχύνονται εξαιτίας του ηλεκτρικού πεδίου προς το τοίχωμα του αγωγού, συγκρούονται και προσκολλώνται στα σωματίδια σκόνης του αέρα, προσδίδοντας τους φορτίο.

Επειδή τα περισσότερα από τα φορτισμένα σωματίδια σκόνης είναι αρνητικά φορτισμένα, έλκονται λόγω του ηλεκτρικού πεδίου προς τα τοιχώματα του αεραγωγού.

